



# COMUNICACIONS ÒPTIQUES



GRUP DE COMUNICACIONS ÒPTIQUES

## TEMARI

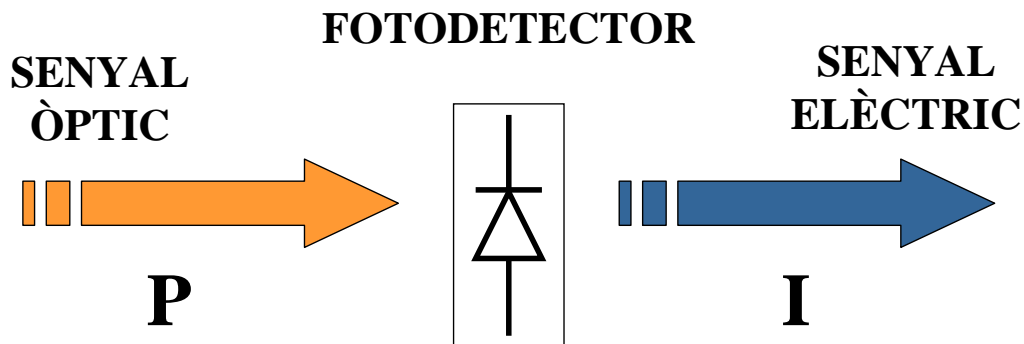
1. INTRODUCCIÓ
2. FIBRA ÒPTICA
3. FONTS ÒPTIQUES
- ➔ 4. RECEPTORS ÒPTICS
5. AMPLIFICADORS ÒPTICS
6. SISTEMES DE TX PER F.O.

## 4. RECEPTORS ÒPTICS

- **INTRODUCCIÓ**
- **FOTODIODES**
  - **PRINCIPI DE FUNCIONAMENT**
  - **EFICIÈNCIA QUÀNTICA I RESPONSIVITAT**
  - **TIPUS DE FOTODIODES**
    - **PIN**
    - **APD**
  - **TEMPS DE RESPOSTA I AMPLE DE BANDA**

- **SOROLL EN FOTODETECCIÓ**
  - **SOROLL SHOT I SOROLL TÈRMIC**
  - **RELACIÓ SENYAL A SOROLL (SNR)**
- **PROBABILITAT D'ERROR (BER) I SENSIBILITAT**
  - **LÍMIT QUÀNTIC**
  - **FACTOR DE QUALITAT (Q)**
  - **RELACIÓ SNR-BER**
- **DETECCIÓ COHERENT**
  - **CONCEPTE**
  - **SNR & BER**

# INTRODUCCIÓ ALS FOTODETECTORS



## CARACTERÍSTIQUES DESITJABLES

- ✓ ELEVAT MARGE FREQUÈNCIAL
- ✓ ELEVADA EFICIÈNCIA DE CONVERSIÓ
- ✓ FUNCIO DE TRANSFERÈNCIA LINEAL
- ✓ TEMPS DE RESPOSTA RÀPID (BW)
- ✓ NIVELL DE SOROLL REDUÏT
- ✓ ESTABLE AMB LA TEMPERATURA ...
- ✓ TAMANY COMPATIBLE AMB LA FIBRA
- ✓ BAIX CONSUM
- ✓ COST REDUÏT
- ✓ TEMPS DE VIDA LLARG

## TIPUS DE FOTODETECTORS

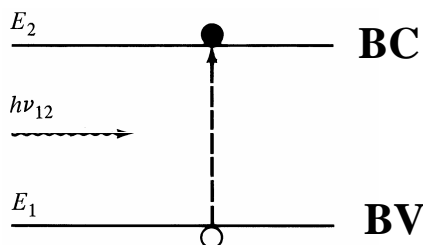
- FOTOMULTIPLICADORS
- DETECTORS PIROELÈCTRICS
- SEMICONDUCTORS
  - FOTOCONDUCTORS
  - FOTOTRANSISTORS
  - FOTODIODES
    - PN
    - PIN
    - APD

COMUNICACIONS ÒPTIQUES

## FOTODIODES

### Principi de funcionament

#### ABSORCIÓ ESTIMULADA

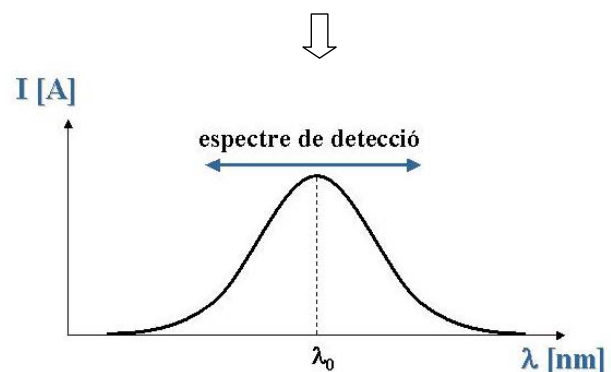


“El fotó incident és absorbit per un electró que incrementa el seu nivell d’energia”

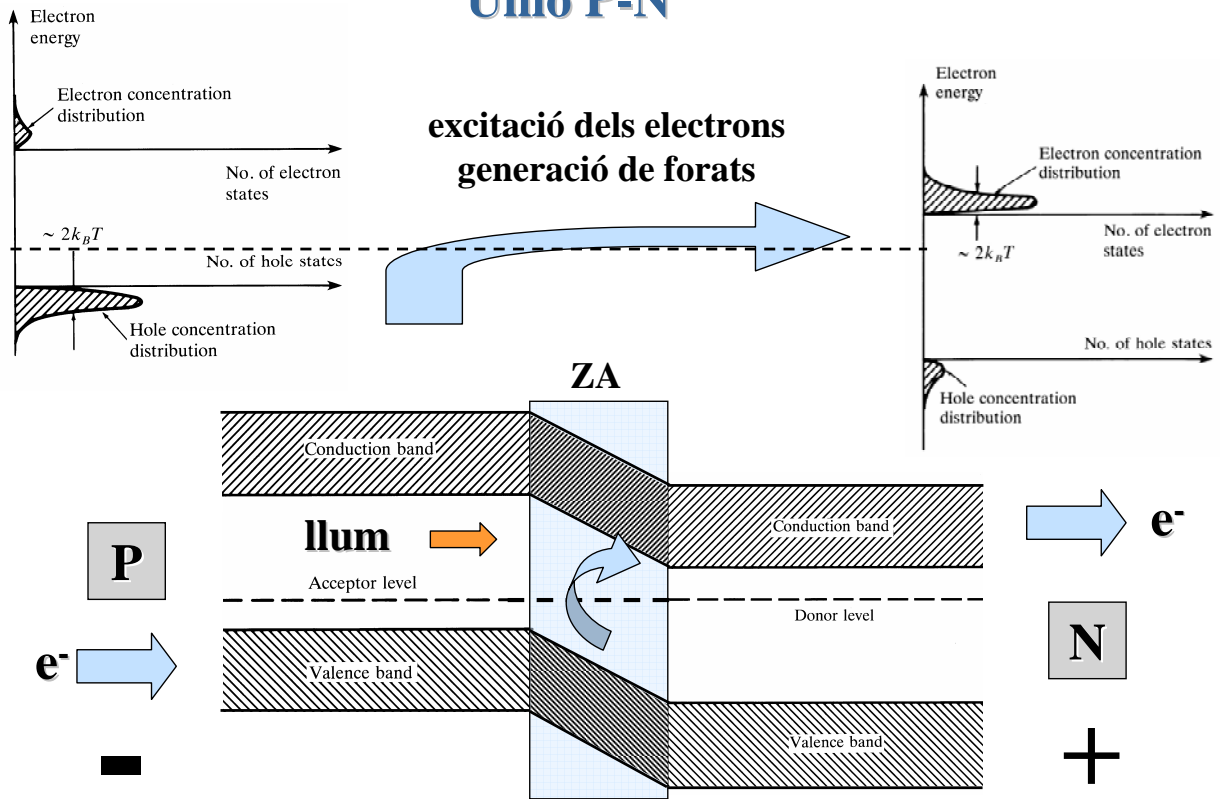
$$hf \geq E_g \rightarrow \lambda \leq \frac{h \cdot c}{E_g} \equiv \lambda_c$$

$$\lambda_c = \frac{1.24}{E_g [\text{eV}]} [\mu\text{m}]$$

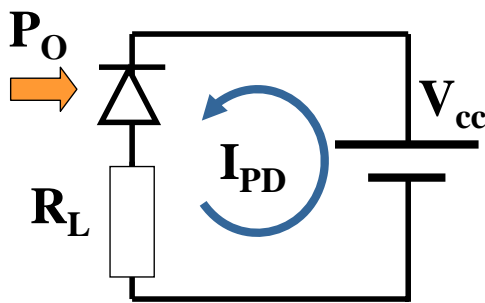
longitud d’ona de tall



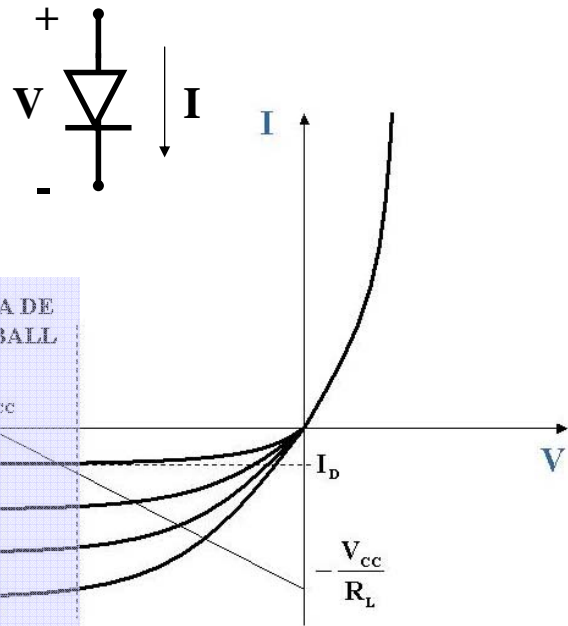
## Unió P-N



## Model Circuital



## CARACTERÍSTICA V-I



POLARITZAT EN INVERSA

- Millora de l'eficiència
- Reducció temps resposta

$I_D$ : corrent de fosc

## Eficiència Quàntica

“Mesura de l’eficiència en la conversió de llum en corrent”

$$\eta \equiv \frac{\langle N^\circ e - h/\text{seg} \rangle}{\langle N^\circ \text{fot}/\text{seg} \rangle} = \frac{I_P/q}{P_{IN}/hf} \leq 1$$

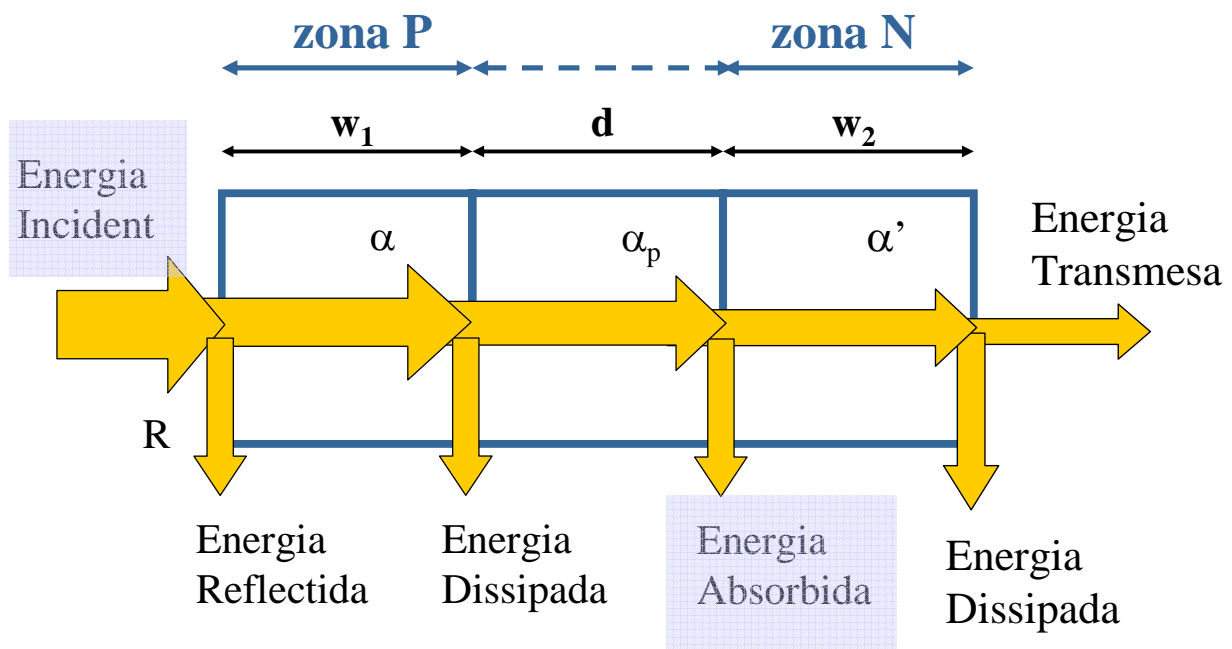
Depèn de:

- materials emprats
- estructura física

## Responsivitat

“Relació entre el corrent mitjà lliurat pel fotodiode i la potència òptica mitjana incident (funció de transferència)”

$$R \equiv \frac{I_P}{P_{IN}} = \eta \frac{q}{hf} = \eta \frac{q}{h} \frac{\lambda}{c} \quad [A/W] \quad \lambda \uparrow \rightarrow R \uparrow$$



$$\eta \equiv \frac{P_{\text{absorbida}}}{P_{\text{incident}}} \leq 1$$

$\alpha$ : coeficient de pèrdues  
 $\alpha_p$ : coeficient d’absorció

$$\begin{aligned}
 & P_{IN} \\
 & P_{IN} (1 - R) \\
 & P_{IN} (1 - R) \exp[-\alpha w_1] \\
 & P_{IN} (1 - R) \exp[-\alpha w_1] (1 - \exp[-\alpha_p d])
 \end{aligned}$$

$$\eta \equiv \frac{P_{absorbida}}{P_{incident}} = (1 - R) \exp[-\alpha w_1] (1 - \exp[-\alpha_p d])$$

habitualment

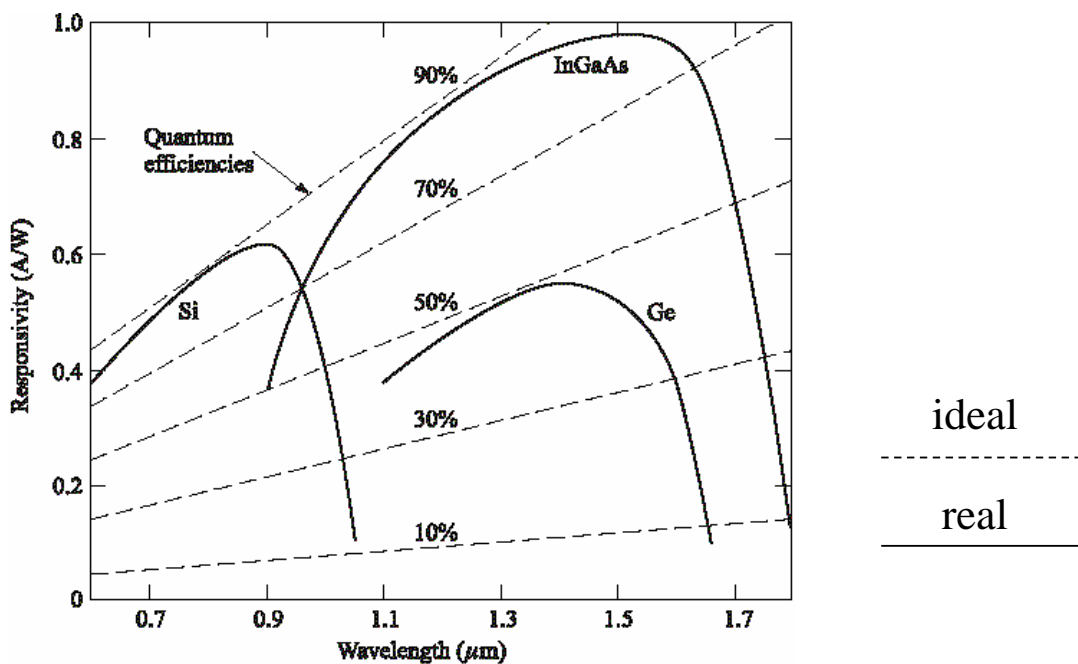
dependència freqüencial

$$\left. \begin{aligned} R &\ll 1 \\ \alpha w_1 &\ll 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{\eta \approx 1 - \exp[-\alpha_p d]} \quad \alpha_p(\lambda) \rightarrow \eta(\lambda)$$

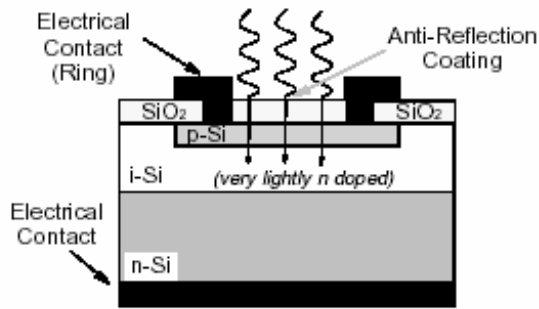
interessa  $\rightarrow \alpha_p d \uparrow \uparrow$

típicament  $\rightarrow \eta \approx 0.6 - 0.8$

### Responsivitat en funció del material emprat



# Tipus de Fotodiodes: PIN



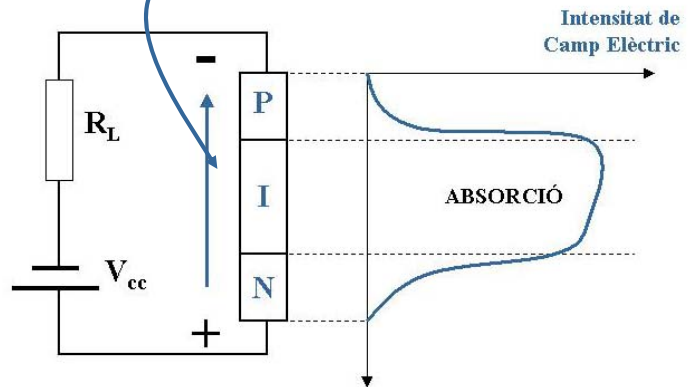
material semiconductor intrínsec

$$\alpha_p d \uparrow\uparrow$$

compromís

$$d \uparrow \begin{cases} \eta \uparrow \\ t_r \uparrow \end{cases} \quad \begin{matrix} d \approx 10 - 20 \mu\text{m} \\ \eta \approx 80 - 85\% \end{matrix}$$

$t_r$ : temps de resposta



# Característica I - V

corrent = fotocorrent + corrent de foscó

$$i_{PD} = i_{PH} + i_D$$

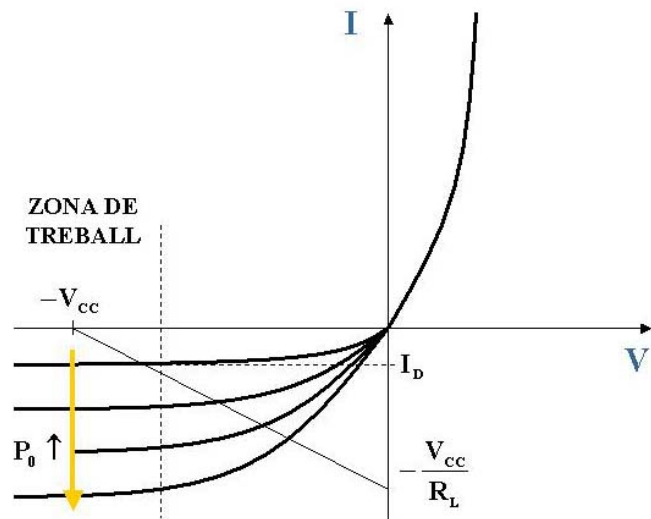
$$I_{PH} \equiv \langle i_{PH} \rangle = R \cdot P_{IN}$$

$$\sigma_{PH}^2 = 2qB \cdot I_{PH}$$

variables aleatòries

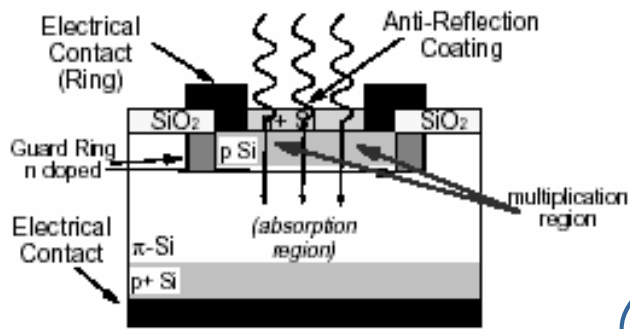


$$SNR \equiv \frac{\langle n \rangle^2}{\sigma_n^2}$$

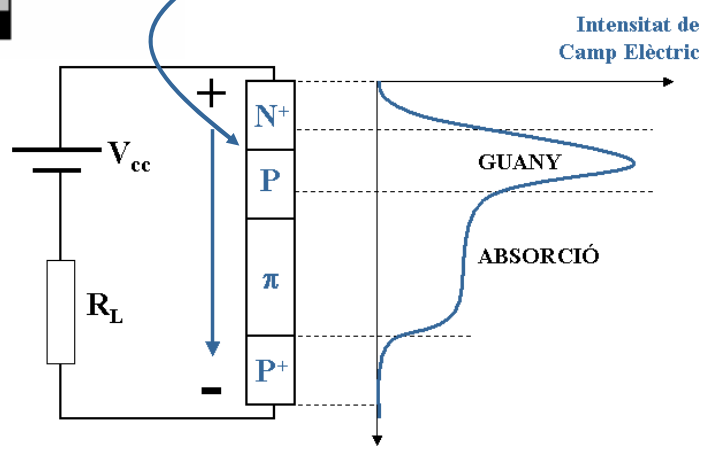


B: ample de banda receptor

# Tipus de Fotodiodes: APD AVALANCHE PHOTODIODE



MECANISME DE GUANY



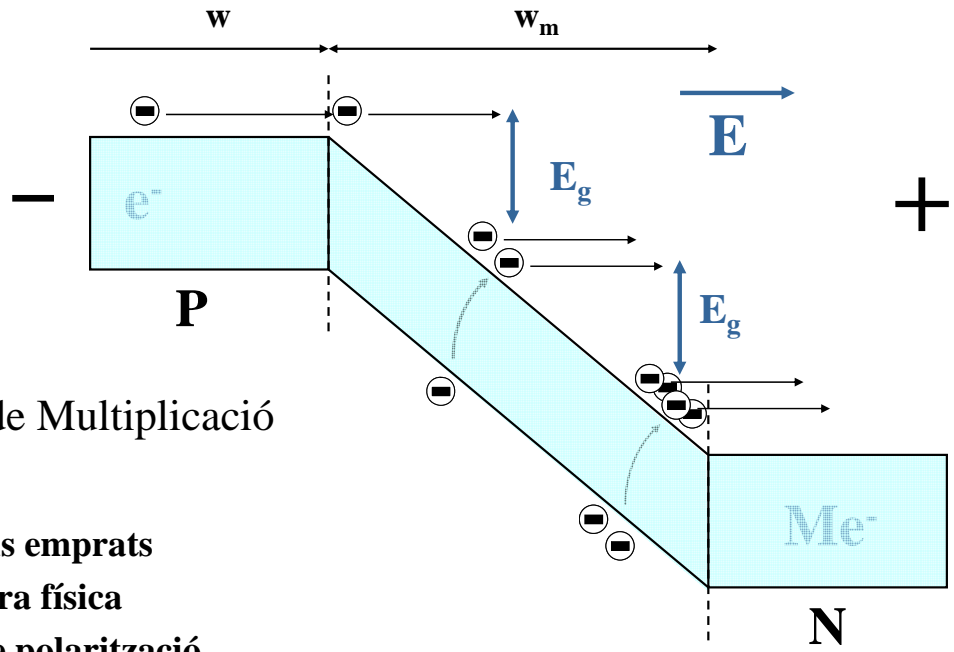
compromís

$$R_{APD} = M \cdot R_{PIN}$$

$$R_{APD} \approx 20 - 80 \text{ A/W}$$

$$t_r|_{APD} > t_r|_{PIN}$$

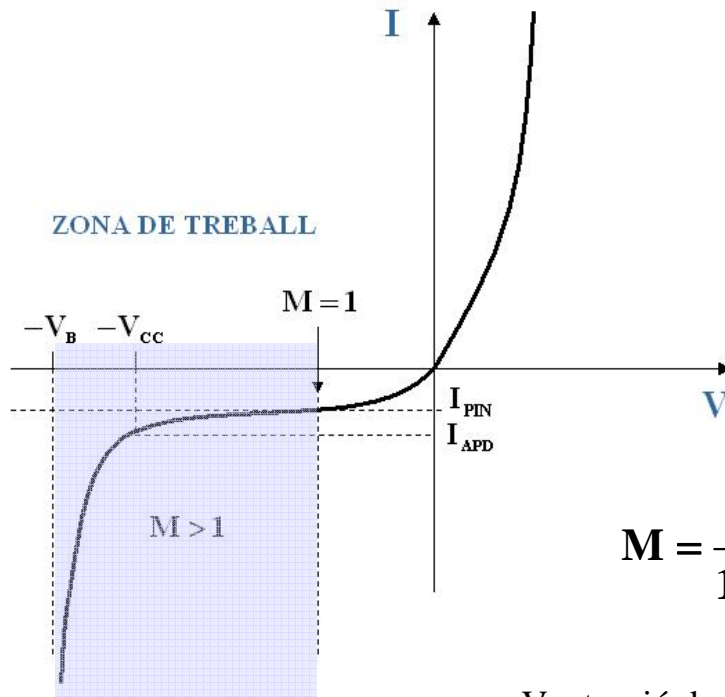
## Efecte Allau



M: Guany de Multiplicació

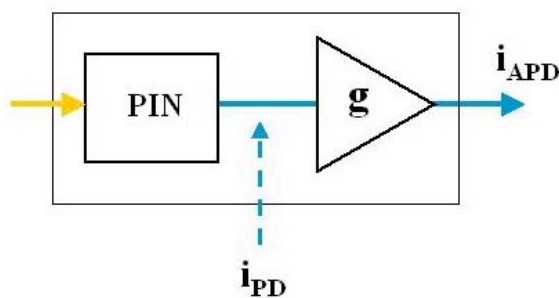
- Depèn de:
- materials emprats
  - estructura física
  - tensió de polarització
  - temperatura

### Característica I - V



$V_B$ : tensió de ruptura

### Model Equivalent



$i_{PD}$ : corrent primari (v.a.)  
 $i_{APD}$ : corrent secundari (v.a.)  
 $g$ : guany (v.a.)  
 $F$ : factor de soroll

$$\langle g \rangle = M \quad \langle i_D \rangle = I_D \quad i_{PD} \begin{cases} \langle i_{PD} \rangle = I_{PD} \\ \sigma_{PD}^2 = 2qB \cdot I_{PD} \end{cases} \quad i_{APD} \begin{cases} \langle i_{APD} \rangle = I_{APD} = M \cdot I_{PD} \\ \sigma_{APD}^2 = 2qB \cdot M^2 F(M) \cdot I_{PD} \end{cases}$$

$$I_{APD} = M \cdot \underbrace{(I_{PH} + I_D)}_{I_{PD}} = M(R \cdot P_{IN} + I_D)$$

$$\sigma_{APD}^2 = M^2 F(M) \cdot \sigma_{PD}^2 = M^2 F(M) \cdot 2qB(R \cdot P_{IN} + I_D)$$

### Factor de Soroll

$$F(M) \approx M^x \quad 0.2 < x < 1$$


empíricament  $\rightarrow F(M) = kM + (1 - k)(2 - 1/M) \quad 0 < k < 1$

$$k = 0 \rightarrow F \approx 2 \quad (\text{ideal})$$

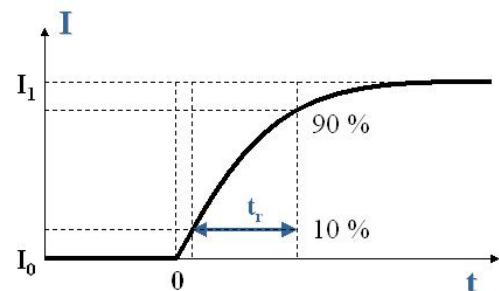
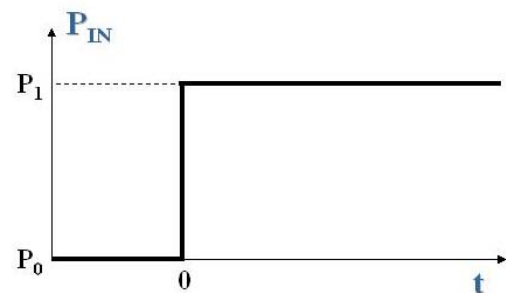
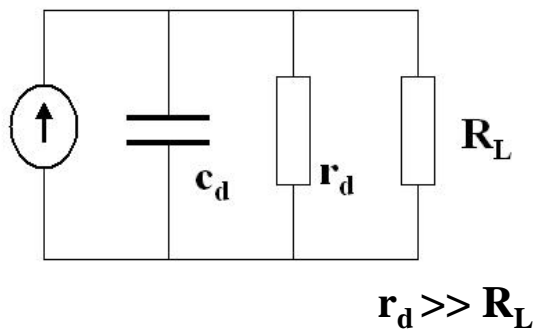
$$k = 1 \rightarrow F = M$$

$$M = 1 \text{ (PIN)} \rightarrow F = 1$$

### Temps de Resposta i Ample de Banda

- |                                                    |                                                                                   |                                   |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1. Propagació ZA                                   |  | PIN $\rightarrow BW = ct$         |
| $\Rightarrow$ 2. Constant temporal $R_L \cdot c_d$ |                                                                                   |                                   |
| $\Rightarrow$ 3. Efecte Allau                      |                                                                                   | APD $\rightarrow M \cdot BW = ct$ |

### Circuit equivalent



$$t_r = \ln\left(\frac{0.9}{0.1}\right) \cdot R_L c_d \approx 2.19 \cdot R_L c_d$$

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi \cdot R_L c_d}$$

## APD vs PIN

### AVANTATGES

- Major sensibilitat (5-15 dB)
- Major exclusió variacions de  $P_{IN}$

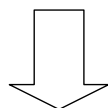
### INCONVENIENTS

- Menor Amplada de Banda
- Major cost
- Afegeix soroll
- Major consum
- Necessita control de temperatura

## SOROLL EN DETECCIÓ ÒPTICA

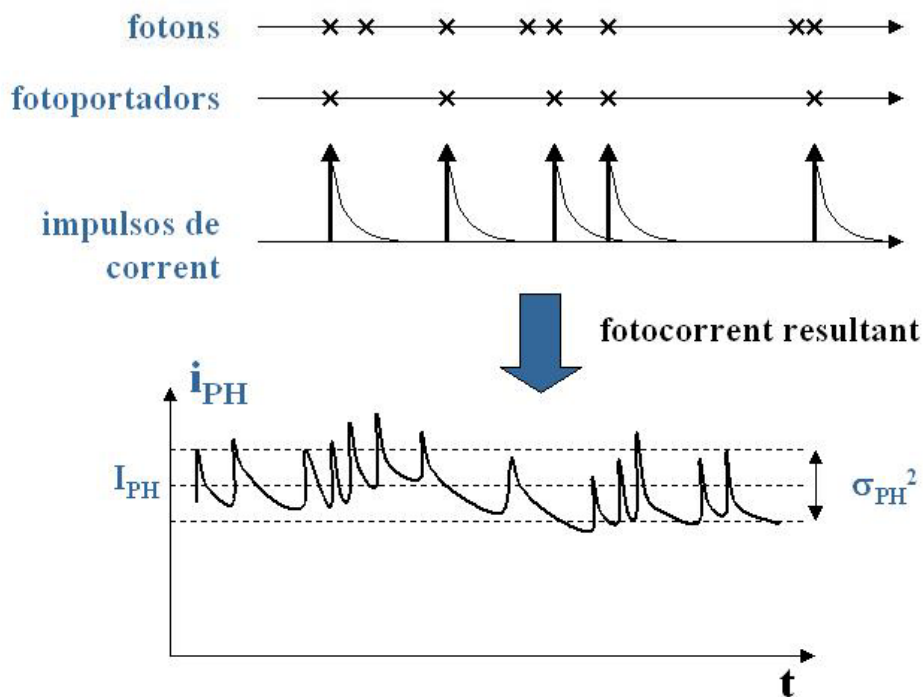
### Definició

“Pertorbació en el senyal d’informació que pot emascarar el propi senyal fins al punt de fer impossible la detecció”



“Fluctuació aleatòria que presenta el corrent lliurat pel fotodiode”

## SOROLL SHOT I SOROLL TÈRMIC



## Soroll Shot

“El Soroll Shot fa referència a les fluctuacions aleatòries en el corrent que lliura el fotodiode degudes a la naturalesa aleatòria de la llum”

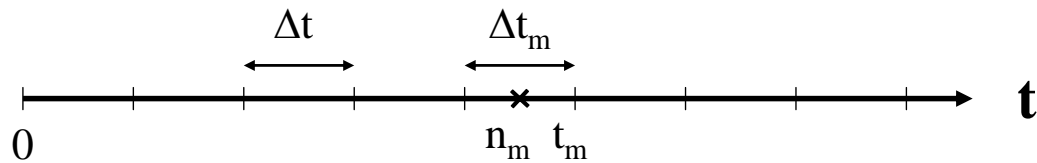
$$i_{PH} = \underbrace{\langle i_{PH} \rangle}_{\text{SENYAL}} + \underbrace{(i_{PH} - \langle i_{PH} \rangle)}_{\text{SOROLL SHOT}}$$

$$s \equiv i_{PH} - \langle i_{PH} \rangle$$

$$\langle s \rangle \equiv S = 0$$

$$\sigma_s^2 = E\{(s - \langle s \rangle)^2\} = E\{s^2\} - \langle s \rangle^2 = E\{s^2\} = E\{(i_{PH} - \langle i_{PH} \rangle)^2\} = \sigma_{PH}^2$$

## Estadística de fotoportadors → Poisson (llum coherent)



1. El nombre de parells  $e^-/h^+$  generats en un interval temporal qualsevol és independent del que es pugi generar el un altre interval no solapat i disjunt
2. En l'increment  $m$ -èssim el nombre de fotoportadors generats:

$$n_m \begin{cases} 1 & p = \lambda(t_m)\Delta t \\ 0 & 1 - p \end{cases} \quad \lambda(t) = \eta \frac{P(t)}{hf} \quad \text{Valor mitjà d' } e^-/h^+ \text{ generats per segon}$$

3. El valor mitjà de fotoportadors generats dins d'un interval temporal qualsevol:

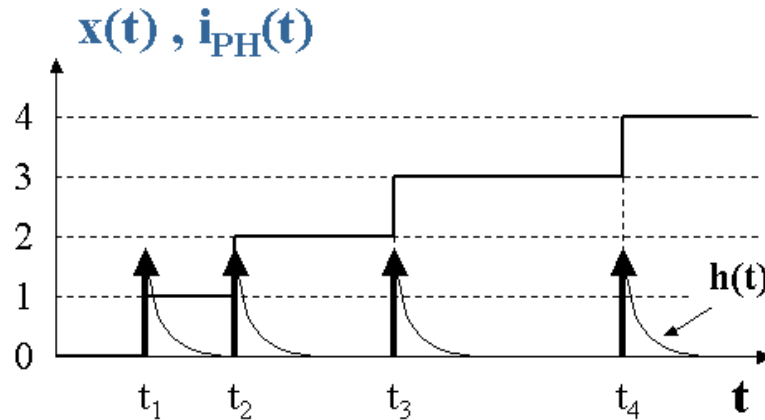
$$p(k, t) \equiv \frac{Q^k(t)}{k!} e^{-Q(t)} \quad Q(t) \quad \text{Valor mitjà de fotoportadors generats en } (0, t)$$

$$Q(t) = \int_0^t \lambda(t') \partial t' = \eta \underbrace{\int_0^t \frac{P(t')}{hf} \partial t'}_{\text{FOTONS EN } (0, t)}$$

4. La variança de fotoportadors és igual al seu valor mitjà:

$$\sigma_n^2 = \langle n \rangle$$

PIN



$$\int_0^{\infty} h(t) \partial t = q$$

$$i_{PH}(t) = \frac{\partial}{\partial t} \{x(t)\} * h(t) \implies i_{PH}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_m n_m h(t - m\Delta t)$$

$$q \cdot x(t)$$

càrrega total acumulada x(t): procés comptador de fotoportadors generats  
h(t): resposta impulsional resultant del sistema

Esperança matemàtica

$$i_{PH}(t) = \frac{\partial}{\partial t} \{x(t)\} * h(t)$$

$$E\{i_{PH}(t)\} = E\left\{\frac{\partial}{\partial t} \{x(t)\} * h(t)\right\} = \frac{\partial}{\partial t} E\{x(t)\} * h(t)$$

$$E\{x(t)\} = E\left\{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{m=t/\Delta t} n_m\right\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{m=t/\Delta t} E\{n_m\}$$

$$E\{n_m\} = 0 \cdot p(n_m = 0) + 1 \cdot p(n_m = 1) = \lambda(t_m) \cdot \Delta t$$

$$E\{x(t)\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{m=t/\Delta t} \lambda(m\Delta t) \cdot \Delta t = \int_0^t \lambda(\tau) \partial \tau = Q(t)$$

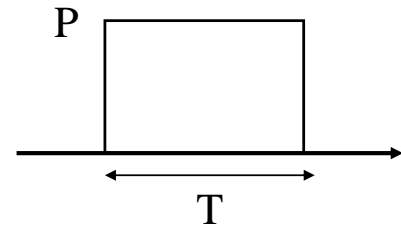
$$E\{i_{PH}(t)\} = \lambda(t) * h(t) = \eta \frac{P(t)}{hf} * h(t) \equiv I_{PH}(t)$$

$$P(t) = P \rightarrow \eta \frac{P(t)}{hf} * h(t) = \eta \frac{P}{hf} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \partial t = \eta \frac{q}{hf} P \rightarrow I_{PH} = RP$$

Variança

$$\sigma_S^2 = \sigma_{PH}^2$$

$$i_{PH} = q \frac{m}{T}$$



$$E\{(i_{PH}(t))^2\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_k \sum_m E\{n_k n_m\} h(t - k\Delta t)h(t - m\Delta t)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k \neq m} \sum p^2 h(t - k\Delta t)h(t - m\Delta t) + \sum_k p h^2(t - k\Delta t)$$

$$= \left(\eta \frac{P}{hf} q\right)^2 + \eta \frac{P}{hf} \int_0^\infty h^2(t) \partial t = I_{PH}^2 + 2qRPB \rightarrow \boxed{\sigma_{PH}^2 = 2qI_{PH} B}$$

$$B \equiv \frac{1}{2q^2} \int_0^\infty h^2(t) \partial t = \int_0^\infty \left| \frac{H(f)}{H(0)} \right|^2 \partial f \leq \frac{1}{2T} \leftarrow \text{ample de de banda equivalent}$$

### Corrent de Foscor

$$i_D = \langle i_D \rangle + (i_D - \langle i_D \rangle) \equiv I_D + s_D$$

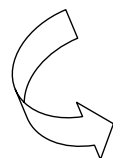
$$i_{PD} = i_{PH} + i_D = \underbrace{I_{PH}}_{\text{SENYAL}} + \underbrace{I_D + s + s_D}_{\text{SOROLL}}$$

$$\sigma_D^2 = 2qI_D B$$

s: soroll shot de senyal

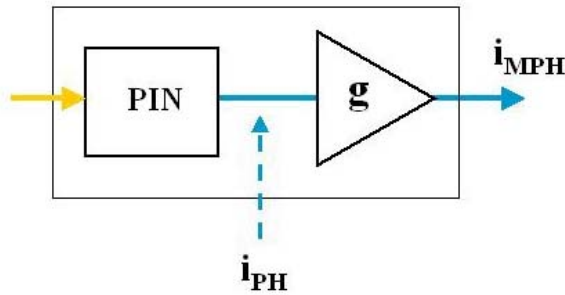
s<sub>D</sub>: soroll shot de corrent de foscor

el soroll shot del corrent de foscor és independent del soroll shot de senyal



$$\boxed{\sigma_{PD}^2 = 2q(I_{PH} + I_D) B}$$

APD



$$E\{g_i\} = M$$

$$E\{g_i^2\} = M^2 F(M)$$

$g_i$ : factor de guany de l'APD

$$i_{MPH}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_m n_m g_m h(t - m\Delta t)$$

$$i_{MPH}(t) = \frac{\partial}{\partial t} \{x(t)\} * h(t)$$

$$x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_m n_m g_m$$

$$E\{x(t)\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_m E\{n_m g_m\}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_m E\{n_m\} E\{g_m\}$$

$$= M \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$$

$$E\{i_{MPH}(t)\} = M\lambda(t) * h(t) = M\eta \frac{P(t)}{hf} * h(t) \equiv I_{MPH}(t)$$

$$P(t) = P \rightarrow M\eta \frac{P}{hf} * h(t) = M\eta \frac{Pq}{hf} \rightarrow \boxed{I_{MPH} = MI_{PH}}$$

esperança de soroll shot de senyal en un APD

$$i_{MPH} = I_{MPH} + (i_{MPH} - I_{MPH}) = I_{MPH} + s_M$$

$$\langle s_M \rangle = 0$$

$$\sigma_M^2 = \langle s_M^2 \rangle - \langle s_M \rangle^2 = \langle s_M^2 \rangle = \sigma_{MPH}^2 = M^2 F(M) \sigma_{PH}^2$$

$$\boxed{\sigma_M^2 = 2qM^2 F(M) I_{PH} B}$$

variança de soroll shot de senyal en un APD

## Corrent de Foscó

$$i_D = \underbrace{i_{D|M}}_{\text{multiplicatiu}} + \underbrace{i_{D|NM}}_{\text{no multiplicatiu}} \quad \begin{array}{l} s_{MD}: \text{ soroll shot de corrent de foscó} \\ s_M: \text{ soroll shot de senyal} \end{array}$$

$$i_{MD} = \langle i_{MD} \rangle + (i_{MD} - \langle i_{MD} \rangle) \equiv I_{MD} + s_{MD}$$

$$i_{APD} = i_{MPH} + i_{MD} = \underbrace{I_{MPH}}_{\text{SENYAL}} + \underbrace{I_{MD} + s_M + s_{MD}}_{\text{SOROLL}}$$

$$I_{MD} = M \cdot I_{D|M} + I_{D|NM} \approx M \cdot I_{D|M}$$

$$\sigma_{MD}^2 = 2q \left[ M^2 F(M) \cdot I_{D|M} + I_{D|NM} \right] B \approx 2q M^2 F(M) \cdot I_{D|M} B$$

$$\sigma_{APD}^2 = 2q M^2 F(M) (I_{PH} + I_{D|M}) B$$

## Soroll Tèrmic

“El Soroll Tèrmic fa referència a les fluctuacions aleatòries en el corrent que lliura el fotodiode degudes al moviment erràtic dels electrons en la resistència de càrrega”

$$i_T \quad \begin{cases} \langle i_T \rangle = 0 \\ \sigma_T^2 = \langle i_T^2 \rangle = 4 \frac{KT}{R_L} B \end{cases}$$

### Soroll Shot vs Soroll Tèrmic

- Els dos depenen de l'ample de banda del receptor
- Ambdós tenen un espectre uniforme en tota la banda
- El soroll tèrmic és independent de  $i_{PH}$  mentre que el soroll shot hi és proporcional

# RELACIÓ SENYAL A SOROLL (SNR)

## Definició

**Domini Òptic**  $\Rightarrow$   $SNR_O \equiv \frac{\langle n \rangle^2}{\sigma_n^2} = \langle n \rangle = \frac{P}{hf} T$

estadística de fotons

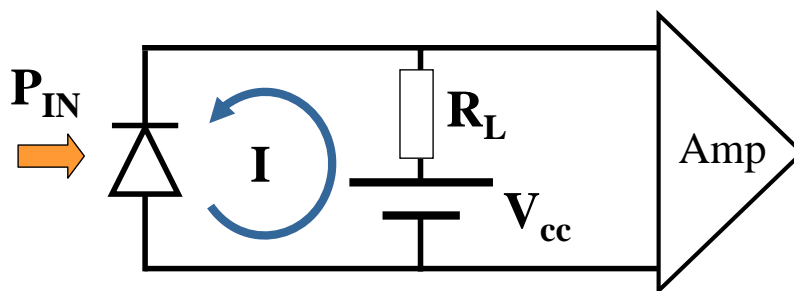
Ilum coherent

**Domini Elèctric**  $\Rightarrow$   $SNR_E \equiv \frac{\langle i_{PH} \rangle^2}{\sigma^2}$

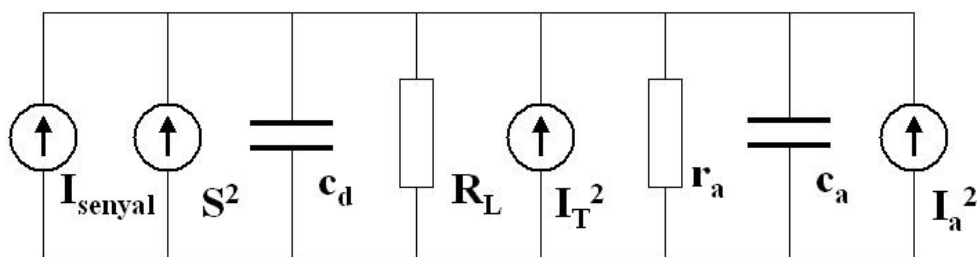
estadística de portadors

n: nombre de fotons  
T: temps de bit

## Detecció Directa



## Circuit Equivalent



## PIN

$$\text{SNR} = \frac{I_{\text{PH}}^2}{\sigma_{\text{PH}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2 + \sigma_{\text{T}}^2 + \sigma_{\text{A}}^2} = \frac{I_{\text{PH}}^2}{2qBI_{\text{PH}} + 2qBI_{\text{D}} + 4\frac{KT}{R_L}B + I_{\text{A}}^2}$$

$$\text{SNR} \equiv \frac{\langle i \rangle^2}{\sigma^2}$$

$$= \frac{I_{\text{PH}}^2}{2qB(I_{\text{PH}} + I_{\text{D}}) + 4\frac{KT}{R_L}BF_{\text{A}}} = \frac{\left(\eta\frac{q}{hf}P\right)^2}{2qB\left(\eta\frac{q}{hf}P + I_{\text{D}}\right) + 4\frac{KT}{R_L}BF_{\text{A}}}$$

$$I_{\text{PH}} = R \cdot P = \eta\frac{q}{hf}P$$



$$\text{SNR}_{\text{PIN}} = \frac{\left(\eta\frac{q}{hf}P\right)^2}{2qB\left(\eta\frac{q}{hf}P + I_{\text{D}}\right) + 4\frac{KT}{R_L}BF_{\text{A}}}$$

$F_{\text{A}}$ : factor de soroll de l'amplificador

## Casos Particulars

- corrent de foscor menyspreable
- soroll shot dominant



$$\text{SNR} \approx \eta \frac{P}{2B \cdot hf}$$

$$\text{SNR}_{\text{PIN}} = \frac{\left(\eta\frac{q}{hf}P\right)^2}{2qB\left(\eta\frac{q}{hf}P + I_{\text{D}}\right) + 4\frac{KT}{R_L}BF_{\text{A}}}$$

$$\eta = 1 \rightarrow \text{SNR}_{\text{PIN}} \approx \frac{P}{2B \cdot hf} \equiv \text{SNR}_{\text{LQ}} \quad \text{límit quàntic}$$

“Tot i considerar el cas més ideal veiem que la SNR no és infinit. Això es coneix com a límit quàntic i té el seu origen en la naturalesa aleatòria de la llum”

$$\text{SNR}_{\text{IN}} = \text{SNR}_{\text{O}} = \langle n \rangle = \frac{P}{hf} T \quad \text{Ilum coherent} \quad T \geq \frac{1}{2B}$$

$$\text{SNR}_{\text{OUT}} = \text{SNR}_{\text{LQ}} = \frac{P}{2B \cdot hf} = \frac{P}{hf} T = \text{SNR}_{\text{IN}}$$

es manté la qualitat del senyal

- soroll tèrmic dominant

$$\text{SNR}_{\text{PIN}} = \frac{\left(\eta \frac{q}{hf} P\right)^2}{2qB \left(\eta \frac{q}{hf} P + I_D\right) + 4 \frac{KT}{R_L} BF_A}$$

$$\text{SNR}_{\text{PIN}} \approx \frac{\left(\eta \frac{q}{hf} P\right)^2}{4 \frac{KT}{R_L} BF_A} \ll \text{SNR}_{\text{LQ}}$$

### APD

$$\text{SNR} = \frac{M^2 I_{\text{PH}}^2}{\sigma_{\text{MPH}}^2 + \sigma_{\text{MD}}^2 + \sigma_{\text{T}}^2 + \sigma_{\text{A}}^2} \quad \text{SNR} \equiv \frac{\langle i \rangle^2}{\sigma^2}$$

$$= \frac{M^2 I_{\text{PH}}^2}{2qB \left[ M^2 F(M) (I_{\text{PH}} + I_{\text{D}}|_M) + I_{\text{D}}|_{\text{NM}} \right] + 4 \frac{KT}{R_L} BF_A}$$

$$\approx \frac{M^2 I_{\text{PH}}^2}{2q \left[ M^{2+x} (I_{\text{PH}} + I_{\text{D}}) \right] B + 4 \frac{KT}{R_L} BF_A} = \frac{I_{\text{PH}}^2}{2q \left[ M^x (I_{\text{PH}} + I_{\text{D}}) \right] B + \frac{1}{M^2} 4 \frac{KT}{R_L} BF_A}$$

$$I_{\text{PH}} = \eta \frac{q}{hf} P$$

$$\text{SNR}_{\text{APD}} = \frac{\left(\eta \frac{q}{hf} P\right)^2}{2qB \left(\eta \frac{q}{hf} P + I_D\right) M^x + \frac{1}{M^2} 4 \frac{KT}{R_L} BF_A}$$

$$\text{SNR}_{\text{APD}}(M)$$

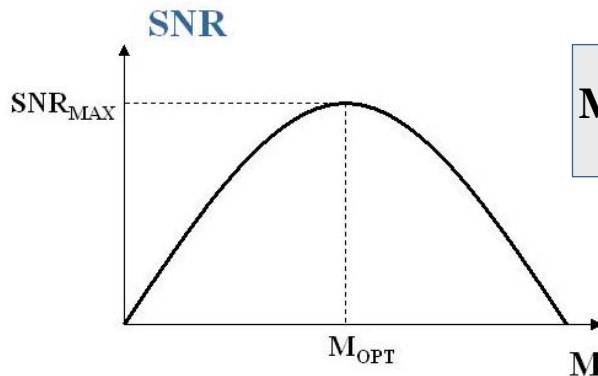
F(M) = M<sup>x</sup>: factor de soroll de l'APD

$$SNR_{APD} = \frac{\left(\eta \frac{q}{hf} P\right)^2}{2qB \left(\eta \frac{q}{hf} P + I_D\right) M^x + \frac{1}{M^2} 4 \frac{KT}{R_L} BF_A}$$

$M \uparrow \uparrow \rightarrow$  domina el soroll shot

$M \downarrow \downarrow \rightarrow$  domina el soroll tèrmic

### M òptima



$$M_{OPT}^{x+2} = \frac{4KT \cdot F_A}{x \cdot q \cdot R_L (I_{PH} + I_D)}$$

### Casos Particulars

- corrent de foscor menyspreable  $\Rightarrow SNR \approx \eta \frac{P}{2B \cdot hf \cdot F(M)}$
- soroll shot dominant

$$SNR_{APD} = \frac{\left(\eta \frac{q}{hf} P\right)^2}{2qB \left(\eta \frac{q}{hf} P + I_D\right) M^x + \frac{1}{M^2} 4 \frac{KT}{R_L} BF_A}$$

$$\eta = 1 \rightarrow SNR_{APD} \approx \frac{P}{2B \cdot hf \cdot F(M)} \equiv \frac{SNR_{LQ}}{F(M)}$$

Ilum coherent

$$SNR_{IN} = SNR_O = \langle n \rangle = \frac{P}{hf} T$$

$$T \geq \frac{1}{2B}$$

$$SNR_{OUT} = \frac{SNR_{LQ}}{F(M)} = \frac{P}{hf \cdot F(M)} T = \frac{SNR_{IN}}{F(M)}$$

empitjora la qualitat del senyal

## Tipus de Pre-Amplificadors

- Amplificador d'alta impedància → reducció de soroll

$$\left. \begin{aligned} \text{soroll} &\propto \frac{1}{R_L // R_A} \approx \frac{1}{R_L} \\ \text{BW} &\propto \frac{1}{R_L} \end{aligned} \right\} \text{compromís}$$

el marge dinàmic també és reduït

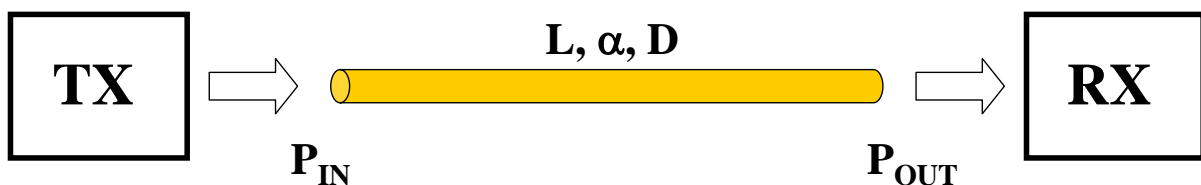
- Amplificador de transimpedància → major BW i MD

En aquest cas no es redueix l'ample de banda però tampoc es redueix el nivell de soroll. El que es guanya amb aquest amplificador és que el marge dinàmic és major.

En els sistemes de banda ampla s'acostuma a usar aquest tipus.

## PROB. D'ERROR I SENSIBILITAT

### DETECCIÓ DIRECTA



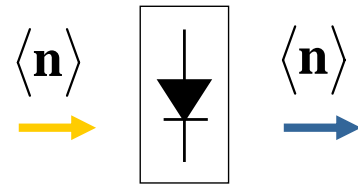
$$\frac{P_{IN} T_B}{hf} = \langle p \rangle \quad \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = 10^{-\frac{\alpha(\text{dB/Km})L(\text{Km})}{10}} = \frac{\langle n \rangle}{\langle p \rangle} \quad \langle n \rangle = \frac{P_{OUT} T_B}{hf}$$

$\langle p \rangle$ : valor mitjà de fotons per bit "1" en TX

$\langle n \rangle$ : valor mitjà de fotons per bit "1" en RX

## Receptor Ideal (límit quàntic)

- Modulació Digital d'Intensitat NRZ
- Missatges Equiprobables
- No Soroll Tèrmic
- No Corrent de Fosc
- Eficiència Quàntica unitat
- Llum monocromàtica → Poisson



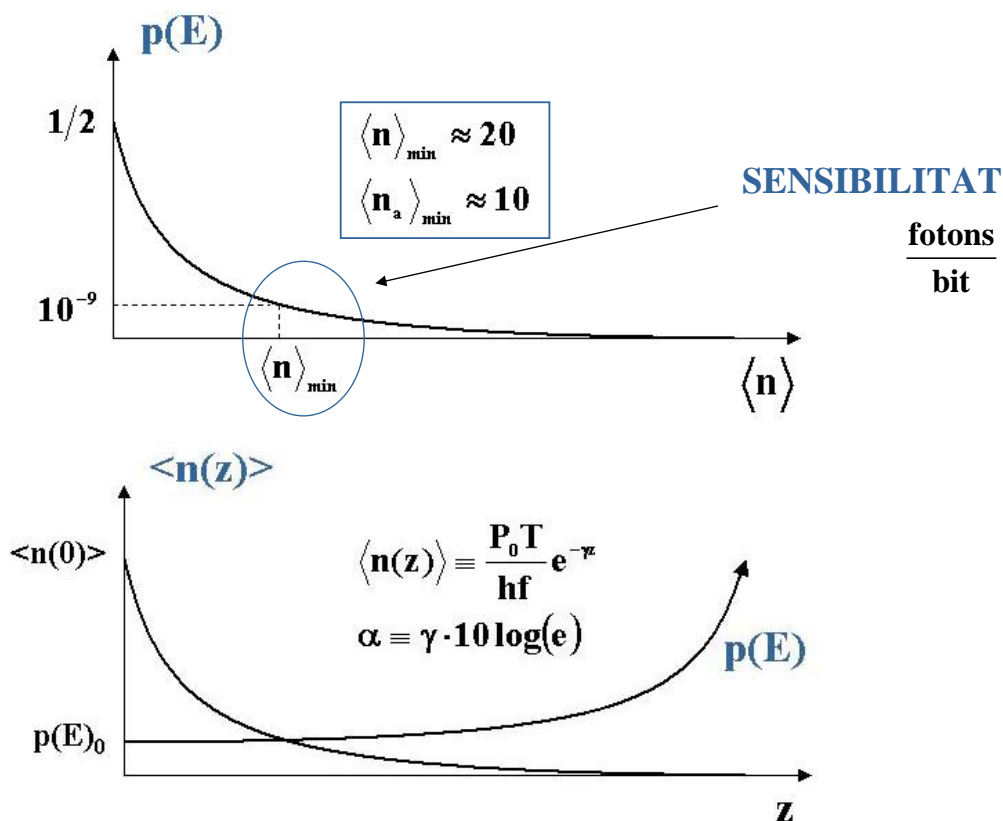
$$p(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}$$

criteri de decisió

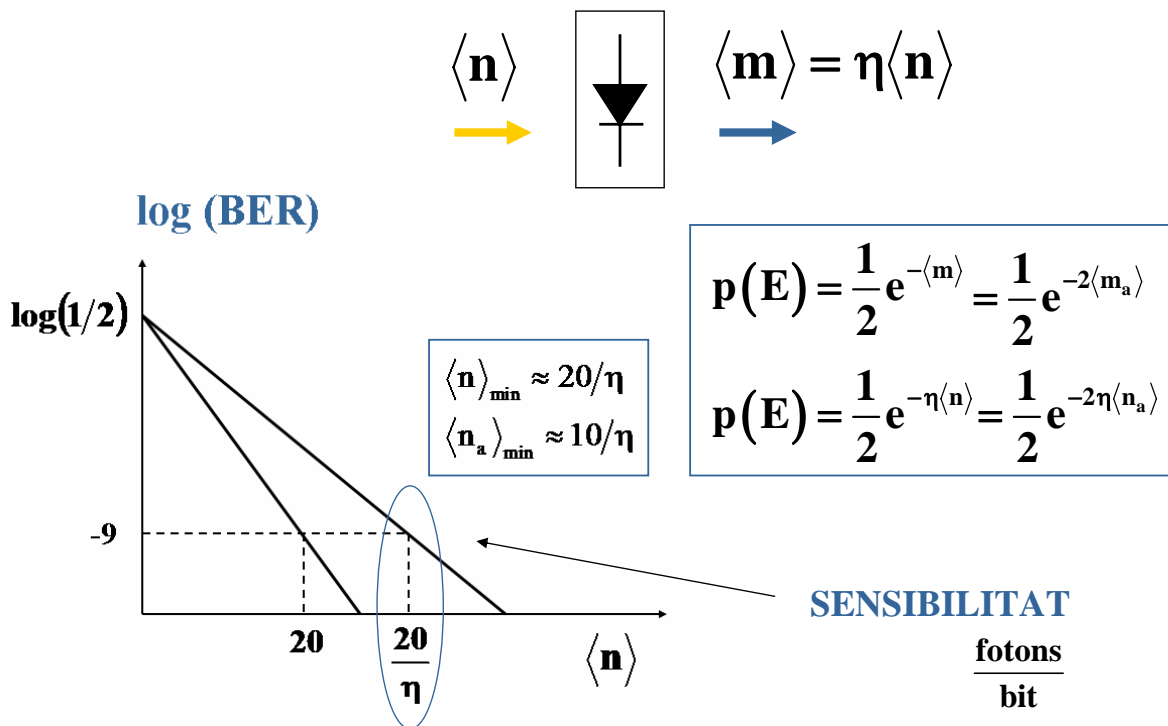
$n \geq 0 \rightarrow "1"$   
 $n = 0 \rightarrow "0"$

$$p(E) = p(E/0)p(0) + p(E/1)p(1) = \frac{1}{2} e^{-\langle n \rangle} = \frac{1}{2} e^{-2\langle n_a \rangle}$$

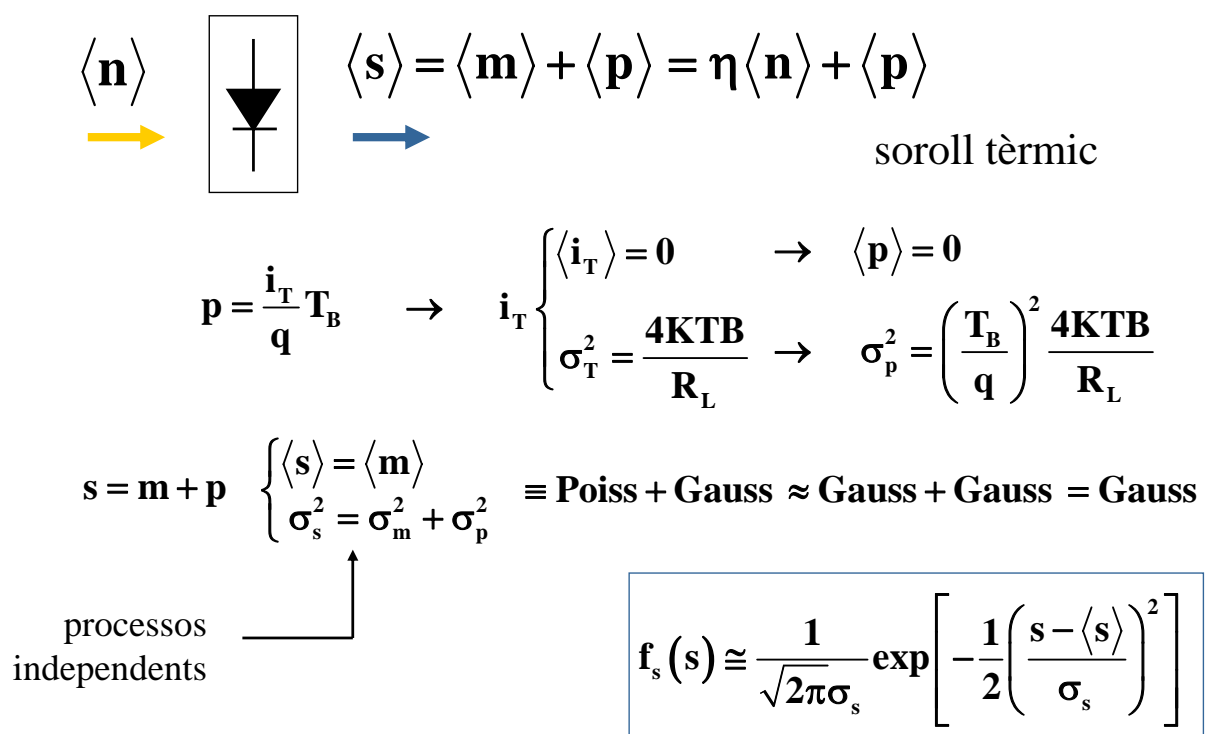
$\langle n_a \rangle$ : valor mitjà de fotons per bit en RX



## Receptor No Ideal sense Soroll Tèrmic



## Receptor No Ideal amb Soroll Tèrmic

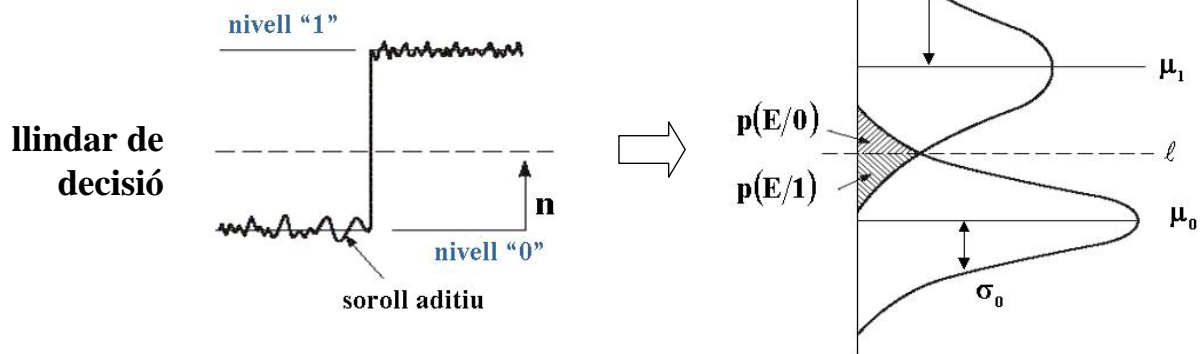


$$\begin{aligned} \mu &\equiv \langle m \rangle = \eta \langle n \rangle & \xrightarrow{\text{APD}} & \mu \equiv M\eta \langle n \rangle \\ \sigma^2 &\equiv \sigma_m^2 + \sigma_p^2 = \eta \langle n \rangle + \sigma_p^2 & & \sigma^2 \equiv M^2 F \eta \langle n \rangle + \sigma_p^2 \end{aligned}$$

"0"  $\begin{cases} \mu_0 = 0 \\ \sigma_0^2 = \sigma_p^2 \end{cases} \rightarrow \text{Gauss}$

"1"  $\begin{cases} \mu_1 = M\eta \langle n \rangle \\ \sigma_1^2 = M^2 F \eta \langle n \rangle + \sigma_p^2 \end{cases} \rightarrow \text{Gauss}$

$$\sigma_0^2 < \sigma_1^2$$



$$f_0(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{s}{\sigma_0}\right)^2\right]$$

$$f_1(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right]$$

$$p(E) = p(E/0)p(0) + p(E/1)p(1) = \frac{1}{2}p(E/0) + \frac{1}{2}p(E/1) \quad \begin{cases} p(E/0) \equiv \int_{-\infty}^{\ell} f_0(s) \partial s \\ p(E/1) \equiv \int_{\ell}^{\infty} f_1(s) \partial s \end{cases}$$

$$\frac{\partial p(E)}{\partial \ell} = 0 \rightarrow \boxed{\ell_{\text{OPT}} = \frac{\sigma_1 \mu_0 + \sigma_0 \mu_1}{\sigma_1 + \sigma_0}} \xrightarrow{\mu_0=0} \ell_{\text{OPT}} = \frac{\mu_1}{1 + \sigma_1/\sigma_0} < \frac{\mu_1}{2}$$

Domini shot  $\longrightarrow \ell_{\text{OPT}} \approx \mu_0 + \mu_1 \frac{\sigma_0}{\sigma_1}$

Domini tèrmic  $\longrightarrow \ell_{\text{OPT}} \approx (\mu_0 + \mu_1)/2$

### Funció erf(x)

$$\text{erf}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp[-t^2] \partial t$$

$$\text{erf}(x) + \text{erfc}(x) = 1$$

$$\text{erfc}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp[-t^2] \partial t$$

$$p(E/0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_\ell^\infty \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right] \partial s = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\ell_T}^\infty \exp[-t^2] \partial t = \frac{1}{2} \text{erfc}(\ell_T)$$

$$p(E/1) = p(E/0) \quad \begin{matrix} \uparrow \\ t \equiv \frac{s-\mu_0}{\sqrt{2}\sigma_0} \quad \partial s = \sqrt{2}\sigma_0 \partial t \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \ell_T &= \frac{\ell_{\text{OPT}} - \mu_0}{\sqrt{2}\sigma_0} = \frac{\frac{\sigma_1\mu_0 + \sigma_0\mu_1}{\sigma_1 + \sigma_0} - \mu_0}{\sqrt{2}\sigma_0} = \frac{\sigma_1\mu_0 + \sigma_0\mu_1 - \mu_0\sigma_1 - \mu_0\sigma_0}{(\sigma_1 + \sigma_0)\sqrt{2}\sigma_0} \\ &= \frac{\sigma_0\mu_1 - \mu_0\sigma_0}{(\sigma_1 + \sigma_0)\sqrt{2}\sigma_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \end{aligned}$$

### Paràmetre de Qualitat Q

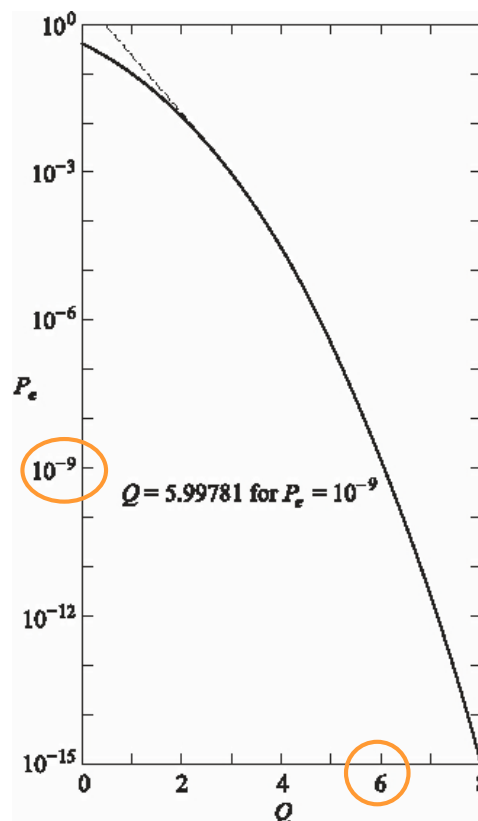
$$Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0}$$

$$\text{BER} \equiv \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right)$$

$$Q = 0 \rightarrow \text{BER} = \frac{1}{2}$$

$$Q = \infty \rightarrow \text{BER} = 0$$

$$Q = 6 \rightarrow \text{BER} \approx 10^{-9}$$



### Casos Particulars: PIN

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 - \mu_0 &= \eta \langle n \rangle \\ \sigma_1^2 &= \eta \langle n \rangle + \sigma_p^2 \\ \sigma_0^2 &= \sigma_p^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{\eta \langle n \rangle}{\sqrt{\eta \langle n \rangle + \sigma_p^2} + \sigma_p} \quad I_D = 0$$

$$\text{BER} \leq 10^{-9} \rightarrow Q = 6 \rightarrow \langle n \rangle \geq \frac{12}{\eta} (3 + \sigma_p) \rightarrow \langle n_a \rangle \geq \frac{6}{\eta} (3 + \sigma_p) \quad \frac{\text{fotons}}{\text{bit}}$$

**Sense Soroll Tèrmic**

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 - \mu_0 &= \eta \langle n \rangle \\ \sigma_1^2 &= \eta \langle n \rangle \\ \sigma_0^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \sqrt{\eta \langle n \rangle}$$

$$\text{BER} \leq 10^{-9} \rightarrow \langle n \rangle \geq 36/\eta \rightarrow \langle n_a \rangle \geq 18/\eta \quad \frac{\text{fotons}}{\text{bit}}$$

### APD

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 - \mu_0 &= M\eta \langle n \rangle \\ \sigma_1^2 &= M^2 F \eta \langle n \rangle + \sigma_p^2 \\ \sigma_0^2 &= \sigma_p^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{M\eta \langle n \rangle}{\sqrt{M^2 F \eta \langle n \rangle + \sigma_p^2} + \sigma_p} \quad I_D = 0$$

$$\text{BER} \leq 10^{-9} \rightarrow \begin{aligned} \langle n \rangle &\geq \frac{12}{\eta} (3F + \sigma_p/M) \\ \langle n_a \rangle &\geq \frac{6}{\eta} (3F + \sigma_p/M) \end{aligned} \xrightarrow{M \uparrow} \langle n_a \rangle \geq 18 \frac{F}{\eta} \quad \frac{\text{fotons}}{\text{bit}}$$

**Sense Soroll Tèrmic**

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 - \mu_0 &= M\eta \langle n \rangle \\ \sigma_1^2 &= M^2 F \eta \langle n \rangle \\ \sigma_0^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \sqrt{\frac{\eta \langle n \rangle}{F}}$$

$$\text{BER} \leq 10^{-9} \rightarrow \langle n \rangle \geq 36 F/\eta \rightarrow \langle n_a \rangle \geq 18 F/\eta \quad \frac{\text{fotons}}{\text{bit}}$$

## Relació SNR - BER

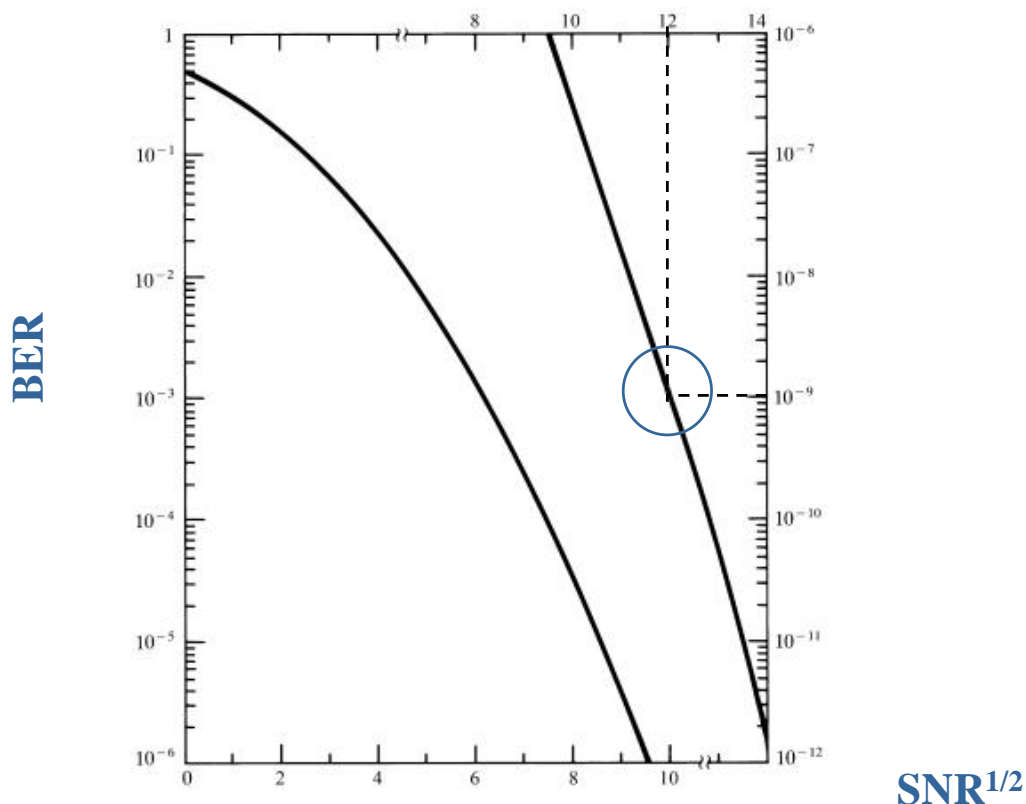
$$Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{\text{senyal}}{\sigma_1 + \sigma_0} \rightarrow Q^2 = \frac{\text{senyal}^2}{(\sigma_1 + \sigma_0)^2} \quad \text{BER}(Q) \equiv \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\sigma_1 \gg \sigma_0 \rightarrow Q^2 = \frac{(\mu_1 - \mu_0)^2}{\sigma_1^2} = \text{SNR} \rightarrow \text{BER} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right) \quad \text{SHOT}$$

$$\text{BER} \geq 10^{-9} \rightarrow Q \geq 6 \rightarrow \text{SNR} \geq 36 \quad (15.56 \text{ dB})$$

$$\sigma_1 \approx \sigma_0 \rightarrow Q^2 = \frac{(\mu_1 - \mu_0)^2}{4\sigma_1^2} = \frac{\text{SNR}}{4} \rightarrow \text{BER} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{8}}\right) \quad \text{TÈRMIC}$$

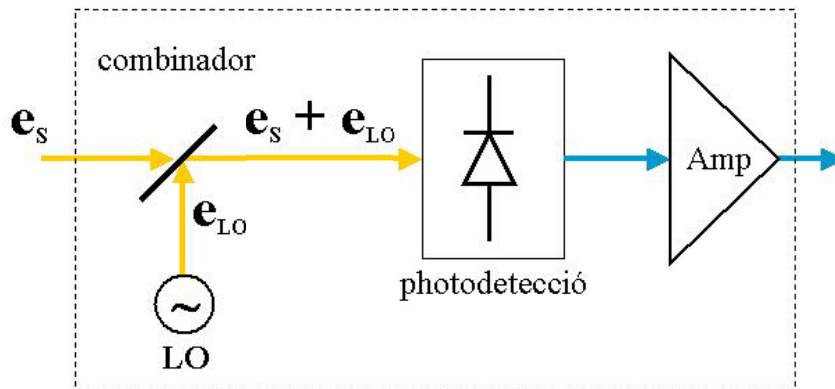
$$\text{BER} \geq 10^{-9} \rightarrow Q \geq 6 \rightarrow \text{SNR} \geq 144 \quad (21.58 \text{ dB})$$



SNR<sup>1/2</sup>

# DETECCIÓ COHERENT

## Concepte



$$\left. \begin{aligned} e_s &\equiv E_S \cos(\omega_S t + \theta(t)) \\ e_{LO} &\equiv E_{LO} \cos(\omega_{LO} t) \end{aligned} \right\} \rightarrow e_{IN} \equiv e_s + e_{LO}$$

$\omega_S \omega_{LO}$ : freqüències òptiques       $\theta(t)$ : diferència de fase

$$e_s = E_S \cos(\omega_S t + \theta(t)) \quad e_{LO} = E_{LO} \cos(\omega_{LO} t)$$

$$I_{PH} = R \cdot P_{IN} = R \cdot \langle e_{IN}^2 \rangle = R \cdot \langle (e_s + e_{LO})^2 \rangle = R \cdot (e_s^2 + 2e_s e_{LO} + e_{LO}^2)$$

$$I_{PH} = R \cdot \left\{ \frac{E_S^2}{2} [1 + \cos(2\omega_S t + 2\theta(t))] + 2E_S E_{LO} \cos(\omega_S t + \theta(t)) \cos(\omega_{LO} t) + \frac{E_{LO}^2}{2} [1 + \cos(2\omega_{LO} t)] \right\}$$

$$2 \cos(\omega_S t + \theta(t)) \cos(\omega_{LO} t) = \cos[(\omega_S + \omega_{LO})t + \theta(t)] + \cos\left[\underbrace{(\omega_S - \omega_{LO})}_{\omega_{FI}} t + \theta(t)\right]$$

$$I_{PH} = R \cdot \left\{ \frac{E_S^2}{2} + \frac{E_{LO}^2}{2} + E_S E_{LO} \cos[\omega_{FI} t + \theta(t)] \right\} \quad \leftarrow \text{filtrat passa-baixes}$$

$\omega_{FI}$ : freqüència elèctrica intermèdia

## DETECCIÓ HETERODINA

$$\omega_{FI} = 0 \rightarrow I_{PH} = R \cdot \left\{ \frac{E_S^2}{2} + \frac{E_{LO}^2}{2} + E_S E_{LO} \cos[\theta(t)] \right\}$$

**DETECCIÓ HOMODINA**

$$P_{IN} = P_S + P_{LO} + 2\sqrt{P_S P_{LO}} \cos[\omega_{FI} t + \theta(t)] \quad \text{potència òptica}$$

$$P_S = 0 \rightarrow P_{IN} = P_{LO} \quad \text{efecte d'amplificació}$$

$$P_{LO} \gg P_S$$

$$I_{PH} = I_{DC} + I_{FI}$$

$$I_{DC} = \eta \frac{q}{hf} (P_S + P_{LO}) \approx \eta \frac{q}{hf} P_{LO} \quad \text{corrent continu}$$

$$I_{FI} = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_S P_{LO}} \cos[\omega_{FI} t + \theta(t)] \quad \text{informació}$$

**Relació Senyal a Soroll (SNR)**

$$I_{DC} = \eta \frac{q}{hf} (P_S + P_{LO}) \quad P_S \ll P_{LO}$$

$$I_{FI} = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_S P_{LO}} \cos(\omega_{FI} t + \theta(t))$$

$$\sigma_{OL}^2 = \langle i_{OL}^2 \rangle = 2qB \cdot I_{OL} = 2qB \cdot R \cdot P_{OL} \quad \text{soroll shot de l'OL}$$

$$SNR_{HET} \equiv \frac{2 \left( \eta \frac{q}{hf} \right)^2 P_S P_{LO}}{2qB \left( \cancel{\eta \frac{q}{hf} P_S} + \eta \frac{q}{hf} P_{LO} + 2\eta \frac{q}{hf} \cancel{\sqrt{P_S P_{LO}}} + \cancel{I_D} \right) + \cancel{\frac{4KTB}{R_L}} F_A}$$

$$SNR_{HET} \approx \eta \frac{P_S}{B \cdot hf}$$

$$SNR_{HOM} \approx \eta \frac{2P_S}{B \cdot hf} = 2 \cdot SNR_{HET}$$

## Modulació d'Amplitud (ASK)

$$e_M \equiv e_s (1 + m \cdot f(t)) = E_s (1 + m \cdot f(t)) \cos(\omega_s t)$$

$$I_{PH} = R \cdot \left\{ \frac{E_s^2}{2} (1 + m \cdot f(t))^2 + \frac{E_{LO}^2}{2} + E_s E_{LO} (1 + m \cdot f(t)) \cos(\omega_{FI} t) \right\}$$

$$I_{DC} \approx \eta \frac{q}{hf} P_{LO}$$

$$E_s \ll E_{LO}$$

$$I_{FI} = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_s P_{LO}} (1 + m \cdot f(t)) \cos(\omega_{FI} t)$$

## Modulació d'Intensitat

$$P_M \equiv P_s (1 + m \cdot f(t))$$

$$e_M = E_s (1 + m \cdot f(t))^{1/2} \cos(\omega_s t)$$

$$I_{FI} \propto (1 + m \cdot f(t))^{1/2} \approx 1 + \frac{m \cdot f(t)}{2}$$

$$|m \cdot f(t)| \ll 1$$

## Modulació de Fase (PSK)

$$e_M \equiv E_s \cos(\omega_s t + m \cdot \theta(t))$$

$$I_{PH} = R \cdot \left\{ \frac{E_s^2}{2} + \frac{E_{LO}^2}{2} + E_s E_{LO} \cos(\omega_{FI} t + m \cdot \theta(t)) \right\}$$

$$I_{DC} \approx \eta \frac{q}{hf} P_{LO}$$

$$E_s \ll E_{LO}$$

$$I_{FI} = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_s P_{LO}} \cos(\omega_{FI} t + m \cdot \theta(t))$$

## Modulació de Freqüència (FSK)

$$e_M \equiv E_s \cos((\omega_s + m \cdot \Delta\omega) t)$$

$$I_{DC} \approx \eta \frac{q}{hf} P_{LO}$$

$$E_s \ll E_{LO}$$

$$I_{FI} = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_s P_{LO}} \cos((\omega_{FI} + m \cdot \Delta\omega) t)$$

## PROBABILITAT D'ERROR

$$\left. \begin{aligned} e_s &\equiv E_s A(t) \cos(\omega_s t + \theta(t)) \\ e_{LO} &\equiv E_{LO} \cos(\omega_{LO} t) \end{aligned} \right\} \rightarrow e_{IN} \equiv e_s + e_{LO}$$

$$I_{PH} = I_{DC} + I_{FI} \rightarrow \begin{cases} I_{DC} = \eta \frac{q}{hf} (P_s + P_{LO}) \approx \eta \frac{q}{hf} P_{LO} \\ I_{FI} = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_s P_{LO}} A(t) \cos[\omega_{FI} t + \theta(t)] \end{cases}$$

$P_{LO} \gg P_s$

$$\sigma_s^2 \approx \sigma_{OL}^2 = \sigma_1^2 = \sigma_0^2 = 2qB \cdot I_{LO} = 2qB \cdot \eta \frac{q}{hf} \cdot P_{LO} \quad \begin{array}{l} \text{soroll} \\ \text{dominant} \end{array}$$

### ASK Heterodí

$$I_D = 0$$

$$\mu_0 = 0$$

$$\mu_1 = \sqrt{2\eta} \frac{q}{hf} \sqrt{P_s P_{LO}}$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 = \sqrt{2qB\eta} \frac{q}{hf} P_{LO}$$

$$B = \frac{R_B}{2} = \frac{1}{2T_B}$$

$$\rightarrow Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \sqrt{\frac{\eta P_s T_B}{2hf}} = \sqrt{\frac{\eta \langle n \rangle}{2}}$$

$$Q = 6 \rightarrow \begin{array}{l} \langle n \rangle = 72/\eta \quad \text{fotons} \\ \langle n_a \rangle = 36/\eta \quad \text{bit} \end{array}$$

### ASK Homodí

$$\mu_0 = 0$$

$$\mu_1 = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_s P_{LO}}$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 = \sqrt{2qB\eta} \frac{q}{hf} P_{LO}$$

$$\rightarrow Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \sqrt{\frac{\eta P_s T_B}{hf}} = \sqrt{\eta \langle n \rangle}$$

$$Q = 6 \rightarrow \begin{array}{l} \langle n \rangle = 36/\eta \quad \text{fotons} \\ \langle n_a \rangle = 18/\eta \quad \text{bit} \end{array}$$

## PSK Heterodí

$$I_D = 0$$

$$\mu_0 = -\sqrt{2}\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_S P_{LO}}$$

$$\mu_1 = \sqrt{2}\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_S P_{LO}}$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 = \sqrt{2qB\eta \frac{q}{hf} P_{LO}}$$

→

$$Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \sqrt{2 \frac{\eta P_S T_B}{hf}} = \sqrt{2\eta \langle n \rangle}$$

$$Q = 6 \rightarrow \langle n \rangle = \langle n_a \rangle = 18/\eta \quad \frac{\text{fotons}}{\text{bit}}$$

## PSK Homodí

$$\mu_0 = -2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_S P_{LO}}$$

$$\mu_1 = 2\eta \frac{q}{hf} \sqrt{P_S P_{LO}}$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 = \sqrt{2qB\eta \frac{q}{hf} P_{LO}}$$

→

$$Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \sqrt{4 \frac{\eta P_S T_B}{hf}} = \sqrt{\eta \langle n \rangle}$$

$$Q = 6 \rightarrow \langle n \rangle = \langle n_a \rangle = 9/\eta \quad \frac{\text{fotons}}{\text{bit}}$$

## Detecció Coherent vs Detecció Directa

### AVANTATGES

- Permet detectar variacions de freqüència i fase
- Millora la sensibilitat del receptor
- El filtrat pot ser molt més selectiu

### INCONVENIENTS

- Augmenta considerablement la complexitat
- L'estabilitat dels elements és crucial (temperatura)
- El soroll de fase de l'OL és molt limitador
- L'alineament en polarització és també fonamental