

Tema 2: Medida de señales eléctricas. El espacio temporal y frecuencial

2.1.- Medidas en el espacio temporal. El osciloscopio

- Introducción
- Principios de funcionamiento de los osciloscopios
- El osciloscopio analógico
- El osciloscopio digital
- Sondas
- Incertidumbre en medidas con osciloscopio

2.1.1.- Introducción

Osciloscopio: Instrumento empleado para observar, medir o registrar fenómenos físicos transitorios (que evolucionan con el tiempo) y presentarlos de forma gráfica.

El osciloscopio produce un gráfico bidimensional en el cual la tensión de entrada se representa en el eje vertical mientras que el eje horizontal corresponde al tiempo. El usuario puede cambiar tanto el intervalo de tiempo que se representa, la escala de la tensión de entrada como el instante a partir del cual se representa la señal.

Las señales que se representan pueden ser repetitivas (periódicas) o no recurrentes (el evento que queremos observar se da raramente).

Los osciloscopios comerciales suelen tener varios canales de entrada para representar simultáneamente varias señales.

2.1.2.- Principios de funcionamiento de los osciloscopios

Los osciloscopios pueden clasificarse como analógicos o digitales.

El osciloscopio clásico es el analógico en el cual se emplea un tubo de rayos catódicos (TRC) como medio para mostrar la señal. El TRC desvía los electrones que tienen que impactar en la pantalla mediante un campo eléctrico aplicado entre dos pares de placas: unas desvían el electrón en el sentido horizontal (que están controladas por la base de tiempos) mientras que las otras lo hacen en sentido vertical (controladas por la señal de entrada).

El osciloscopio digital almacena en una memoria una serie de muestras de la señal de interés (que previamente se habrá amplificado para adecuarla al margen dinámico del convertidor A/D). Posteriormente, estas muestras se procesan (si procede) y se muestran en pantalla. El osciloscopio digital se configura de forma que parezca un osciloscopio analógico (por ejemplo, no hay

pantalla (ya sea aplicando una tensión en el TRC o bien muestreada por el convertidor A/D). El usuario (o bien la opción de autoescalado) debe escoger la escala más conveniente para amplificar la señal. Algunas características deseables del amplificador vertical son:

- La ganancia no debe variar apreciablemente con la frecuencia de la señal de entrada dentro del ancho de banda
- El ancho de banda debe incluir la continua (pasa bajas)
- La frecuencia de corte debe ser superior a un cierto límite indicado por el fabricante
- Éste límite debe ser el mismo para todas las escalas

Veamos ahora los diferentes controles del amplificador vertical:

1.- Control de ganancia o factor de deflexión:

Este control permite la elección de la ganancia del amplificador vertical. Determina el cambio necesario de tensión para mover la traza de la pantalla una división principal en la retícula de la pantalla. Este control aparece como V/div o, sencillamente, sensibilidad.

La sensibilidad puede ajustarse entre 1 mV/div y 5 V/div en incrementos que obedecen la secuencia 1, 2, 5 (p.ej. 100 mV/div, 200 mV/div, 500 mV/div, 1 V/div,...).

Puede haber un control adicional de ajuste fino de la ganancia (*Gain Vernier*) que tiene una posición de calibrado. La ganancia se reduce cuanto más movemos el control de la posición calibrado (generalmente se divide por 2,5 en la posición más apartada).

El fabricante especifica el error en el amplificador como un porcentaje de de la medida y en algunos casos como porcentaje del fondo de escala (exactitud de la ganancia vertical o *vertical gain accuracy*).

Ejemplo: Un osciloscopio tiene una exactitud de $\pm 1,25\%$ de la medida y 8 divisiones. Si estamos midiendo una señal con una amplitud de 400 mV tendremos que la incertidumbre asociada al amplificador vertical (suponiendo que el error asociado al amplificador tiene distribución uniforme) será:

$$u_{va} = \frac{\frac{1,25}{100} \cdot 400 \text{ mV}}{\sqrt{3}} = 2,9 \text{ mV}$$

2.- Control de posición de la traza:

Este control (position o offset) permite desplazar la traza verticalmente. Esto permite una mejor elección de la escala en casos que la señal de entrada tenga un cierto offset.

3.- Acondicionamiento de señal:

El amplificador vertical, aparte de poder cambiar el offset y la amplitud de la señal de entrada, puede realizar las siguientes operaciones:

- Acomplamiento en alterna: Se puede eliminar la componente de continua de la señal de entrada. Se inserta un filtro pasa altas con frecuencia de corte entre 1 y 10 Hz. Esto puede modificar señales alternas de baja frecuencia.
- Rechazo de baja frecuencia: Empleado cuando la señal de interés es de alta frecuencia. La frecuencia de corte está entre 1 y 50 kHz. Se emplea para eliminar la frecuencia de 50 Hz (y armónicos) superpuesta a una señal rápida.
- Limitación de anchura de banda: Filtro pasa bajas que reduce el ancho de banda por un factor entre 10 y 30. Se utiliza para eliminar señales de alta frecuencia indeseadas (radio, sobre todo).

Algunas características importantes del amplificador vertical:

1.- Respuesta frecuencial:

El ancho de banda del amplificador vertical es limitado. El fabricante especifica la frecuencia de corte a -3 dB y la planitud en la banda de paso. Estas especificaciones son las que limitan el empleo del osciloscopio en la medida de transitorios rápidos. En concreto, afectan a:

- a) Medida de señales con frecuencias próximas o superiores a la frecuencia de corte: Las señales se atenúan y desfazan.
- b) Medida de tiempos de subida: El tiempo de subida de la señal medida estará compuesto por el de la señal verdadera y el asociado a la respuesta frecuencial del amplificador. El tiempo de subida (definido entre el 10% y el 90%) de cualquier sistema lineal en respuesta a una entrada en escalón es inversamente proporcional a la frecuencia de corte del sistema.

El tiempo de subida asociado al amplificador vertical puede obtenerse como:

$$t_{rVA} = \frac{\alpha}{f_{-3dB}}$$

donde α depende de la respuesta frecuencial. Es igual a 0,35 en el caso de sistemas de primer orden y 0,339 en el caso de osciloscopios con respuesta gaussiana. Así pues, si la señal de entrada tiene un tiempo de subida τ_{in} , el tiempo de subida medido puede aproximarse por:

$$t_{rmedido} \approx \sqrt{t_{rVA}^2 + \tau_{in}^2}$$

t_{rVA} provoca un efecto sistemático (si la frecuencia de corte se conoce) que puede ser corregido como:

$$t_{restimado} = \sqrt{t_{rmedido}^2 - t_{rVA}^2} \approx t_{rin}$$

Ejemplo: Un osciloscopio tiene un ancho de banda de 125 MHz y se comporta como un sistema de primer orden. Se ha medido un tiempo de subida de 5 ns. Estime el tiempo de subida de la señal de entrada.

$$t_{rVA} = \frac{0,35}{125 \text{ MHz}} = 2,8 \text{ ns}$$

$$t_{rin} = \sqrt{t_{rmedido}^2 - t_{rVA}^2} = 4,1 \text{ ns}$$

2.- Impedancia de entrada

La impedancia de entrada de un osciloscopio puede ser causa de un efecto sistemático asociado al efecto de carga.

Existen dos tipos de impedancias de entrada:

- Impedancia de entrada elevada: Suele ser del orden de 1 MΩ en paralelo con una pequeña capacidad de entre 7 y 30 pF. A alta frecuencia, la capacidad reduce la impedancia de entrada aumentando el efecto de carga. Para limitar este efecto se emplean sondas atenuadoras, que reducen el margen dinámico a costa de aumentar la impedancia de entrada.
- Impedancia adaptada a 50 Ω: Se emplea en medidas de alta frecuencia como terminación de líneas de transmisión.

d)El amplificador horizontal o base de tiempo y disparo

Los controles de esta sección se emplean para seleccionar la ventana en tiempo empleada para mostrar la señal.

Es necesario indicar:

- A partir de qué instante se muestra la señal (disparo)
- Cuál es el intervalo de tiempo que se va a mostrar (base de tiempos)
- Cuánto tiempo debe pasar hasta que vuelva a mostrarse la señal en caso de señales repetitivas (*hold off*)

Cuando la señal de entrada cruza un determinado nivel (superándolo (+) o pasando por debajo de él (-)) y ha transcurrido un tiempo superior al que se muestra en pantalla más el tiempo de *hold off*, vuelve a mostrarse la señal. Tanto el nivel como la pendiente, el tiempo que se muestra y el tiempo de *hold off* son elegidos por el operador.

La fuente del disparo puede ser la señal de entrada (cualquiera de los diferentes canales), una señal externa o bien la señal de red.

El sistema de disparo suele llevar filtros para eliminar ciertas componentes de la señal de disparo que no interesen. Por ejemplo, puede eliminarse la alta frecuencia (*HF reject*) o la baja (*LF reject*). Ésta última comprende tanto la continua como la señal de red.

La base de tiempos se escoge generalmente con una secuencia 1,2,5. La base de tiempos más lenta suele ser de 1 s/div y la más rápida corresponde al tiempo de subida del amplificador vertical. La escala se expresa en s/división.

Un control de retardo (*delay* o HPOS) permite desplazar horizontalmente la traza.

Existen generalmente tres métodos de mostrar la señal y que pueden escogerse:

- *Single*: Existe un pulsador que tras accionarse mostrará la porción de señal a partir del siguiente disparo. De esta forma, sólo se muestra una realización de la señal. Útil en señales no repetitivas. En este caso, el tiempo de *hold off* viene determinado por los intervalos entre pulsaciones.
- *Normal*: El disparo se repite cada vez que ha pasado el tiempo en que se muestra la señal y el tiempo de *hold off*. Útil en señales repetitivas.
- *Autotrigger*: Se muestra la señal si cumple las condiciones de normal o se ha superado un determinado intervalo de tiempo (generalmente 25 ms). Sea cual sea la señal de entrada, siempre se mostrará algo.

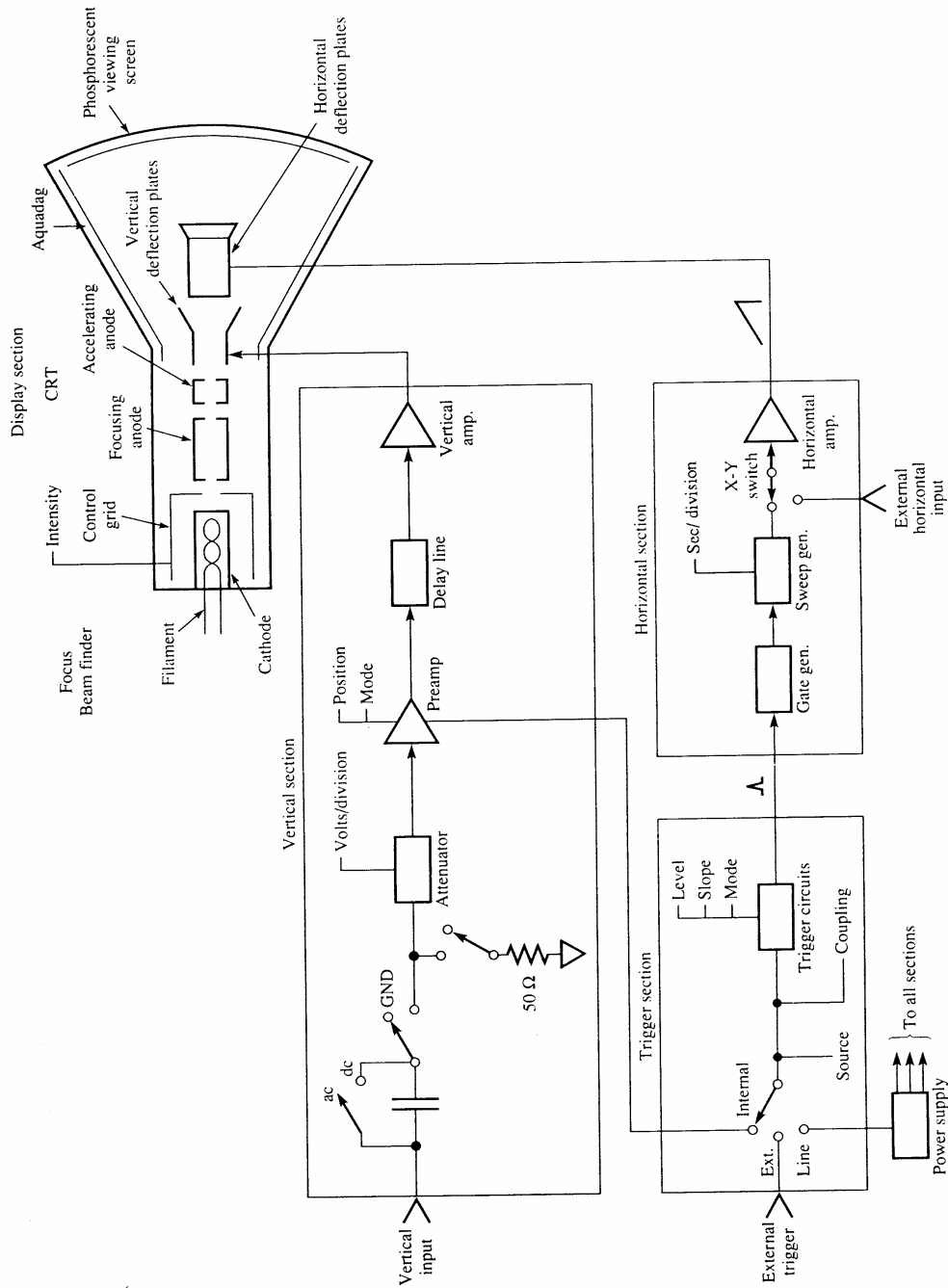
2.1.3.- El osciloscopio analógico

Este es el osciloscopio clásico. Un diagrama de bloques se muestra en la siguiente figura. Vamos a discutir ahora los aspectos propios del osciloscopio analógico no descritos anteriormente.

Podemos dividir al osciloscopio en cuatro grandes bloques: la sección de presentación, la sección vertical, la sección de disparo y la sección horizontal.

En la sección vertical, se acondiciona la señal de entrada. Primero se tiene el filtro de desacoplo de continua. Si se escoge la posición GND, la señal a amplificar será nula. Se puede escoger también una impedancia de entrada baja. El siguiente bloque es el atenuador. El nivel de atenuación dependerá de la escala (V/div). A continuación viene el preamplificador. Ésta sección desplaza la señal con un offset asociado a la posición seleccionada por el usuario. Además, multiplexa la señal en el caso que hayan varios canales conectados. El tipo de multiplexación se escoge con el control modo (*mode*). Hay dos tipos: el modo troceado (*chop*) en el cual se va conmutando rápidamente entre las diferentes señales (frecuencia de conmutación entre 100 kHz y 1 MHz) y el modo alternado (*alt*) en el cual para cada disparo se representa la señal de un canal diferente. Ésta opción sólo es cómoda cuando

la frecuencia de la señal es elevada (por encima de los 100 Hz). Si el disparo se produce por una señal de entrada, el preamplificador la envía hacia la sección de disparo. A continuación viene la línea de retardo. Ésta retarda la señal a mostrar para que el transitorio que produjo el disparo pueda observarse en pantalla. Finalmente, un amplificador da la ganancia necesaria a la señal para desviar los electrones del TRC.

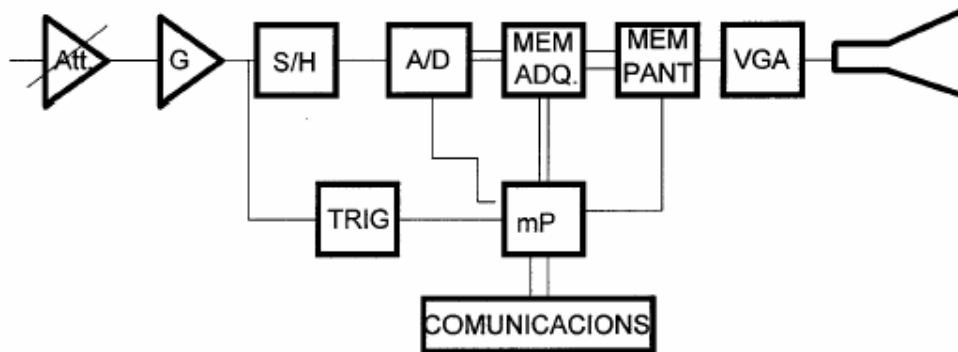


En la sección de disparo se escoge, primero, el tipo de señal de disparo: interna, externa o señal de red. A continuación, la señal se filtra si conviene (*HF* o *LF reject*) y se compara con el nivel de disparo teniendo en cuenta la pendiente, el modo de disparo y el tiempo de *hold off*. La salida es un pulso que iniciará la señal de la sección horizontal. Si no se trabaja en modo XY, la salida de la sección horizontal es una rampa cuya duración depende de la base de tiempos. La salida del generador de rampa se amplifica por el valor necesario para poder desviar los electrones desde un extremo de la pantalla hasta el otro.

El TRC consiste en un filamento emisor de electrones, un sistema para enfocar y dar intensidad al haz y dos pares de placas (horizontal y vertical) para desviar el haz que impactará en la pantalla fosforescente.

2.1.4. El osciloscopio digital

Un diagrama de bloques simplificado (un único canal) de un osciloscopio digital es el que se muestra a continuación:



Los circuitos de acondicionamiento de señal y de disparo son muy similares a los de un osciloscopio analógico. La diferencia estriba en que el amplificador horizontal desaparece. El circuito de muestreo y retención (*S/H*) y el convertidor *A/D* adquieren la señal, la almacenan en memoria y, posteriormente, ésta señal se reproduce en pantalla. La frecuencia de muestreo está controlada por la base de tiempos escogida por el usuario mientras que la porción de señal muestreada depende del circuito de disparo.

Aparte de la limitación de anchura de banda, el hecho de digitalizar la señal conlleva una pérdida de información tanto en tensión como en tiempo. Por otro lado, el error de medida asociado al usuario desaparece ya que el mismo osciloscopio realiza medidas automáticas que pueden ser enviadas por el sistema de comunicaciones.

El convertidor *A/D* tiene *n* bits. Por lo tanto, siempre habrá una incertidumbre asociada al bit menos significativo. Por otro lado, la frecuencia de muestreo (o el número de puntos dibujados en pantalla) marcan un límite a la resolución temporal por lo cual siempre se tendrá una indecisión de ± 1 muestra. Estas fuentes de incertidumbre se discutirán en el último apartado.

Debido a que memoriza la señal de entrada, puede dibujarse un porcentaje de señal anterior al disparo o posterior, ventaja de la que carecen los osciloscopios analógicos.

Existen 3 estrategias diferentes para muestrear la señal:

- Muestreo en tiempo real
- Muestreo aleatorio
- Muestreo repetitivo

Muestreo en tiempo real:

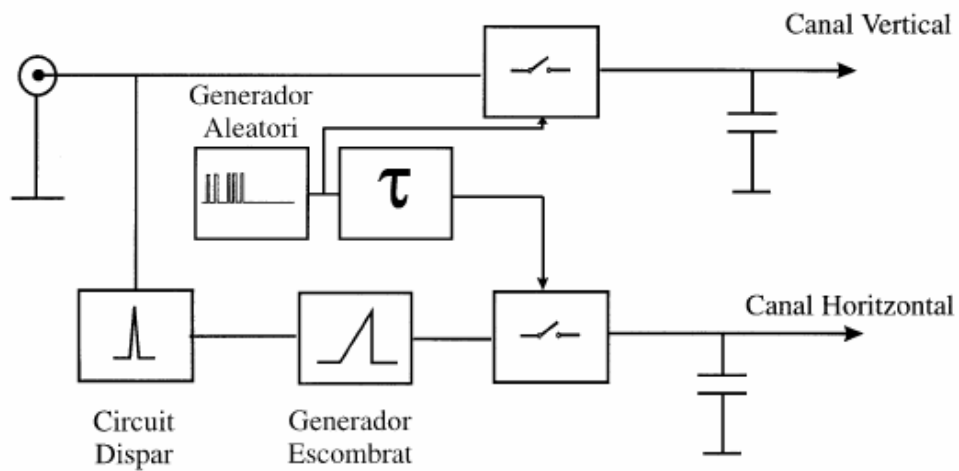
Cada vez que se produce un disparo, se adquieren n muestras de la señal separadas por un intervalo de tiempo igual a $1/f_s$ (donde f_s es la frecuencia de muestreo). Cuanto mayor sea f_s y el número de muestras, más información se tendrá sobre la señal.

Por el teorema de Nyquist, la máxima componente frecuencial de la señal que se va adquirir debe ser inferior a la mitad de la frecuencia de muestreo. Si se desea dibujar perfectamente la señal, el teorema de Nyquist implica, además, un número infinito de muestras. Como en la práctica esto es imposible, se producen problemas de *aliasing*. En la práctica, se debe emplear una frecuencia de muestreo mínima un orden de magnitud superior a la frecuencia máxima de la señal. Algunos osciloscopios incluyen un filtro pasabajo para reducir la banda de paso de señal y reducir el ruido de banda ancha. Este filtrado permite eliminar componentes de señal de alta frecuencia, no está pensado para reducir el efecto de *aliasing*, aunque en algunos casos puede ser útil. Este es el único muestreo posible si la señal no es periódica.

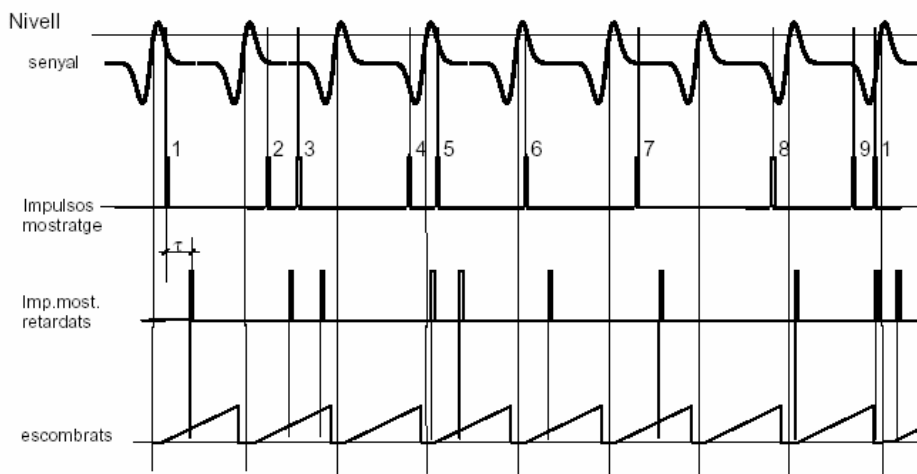
Muestreo aleatorio

El osciloscopio muestrea la señal en tiempos aleatorios (guardando la diferencia con el instante de disparo) y después reconstruye la señal en pantalla. Imprime un retardo constante τ para compensar el retardo en el inicio de la señal del canal horizontal. Por cada disparo puede adquirir más de una muestra. La señal se va mostrando en pantalla a medida que va adquiriendo muestras.

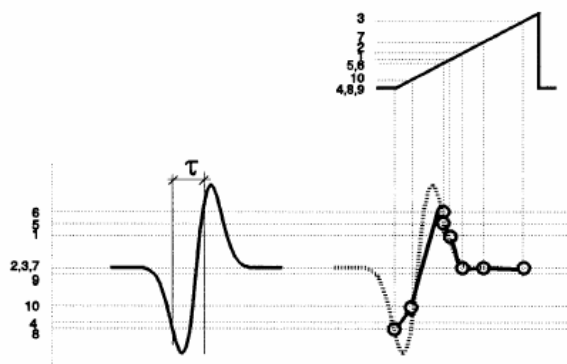
Aquí, la resolución temporal dependerá de la resolución del convertidor A/D que cuantifica la rampa del canal horizontal y de la pendiente de la rampa.



a) Procediment

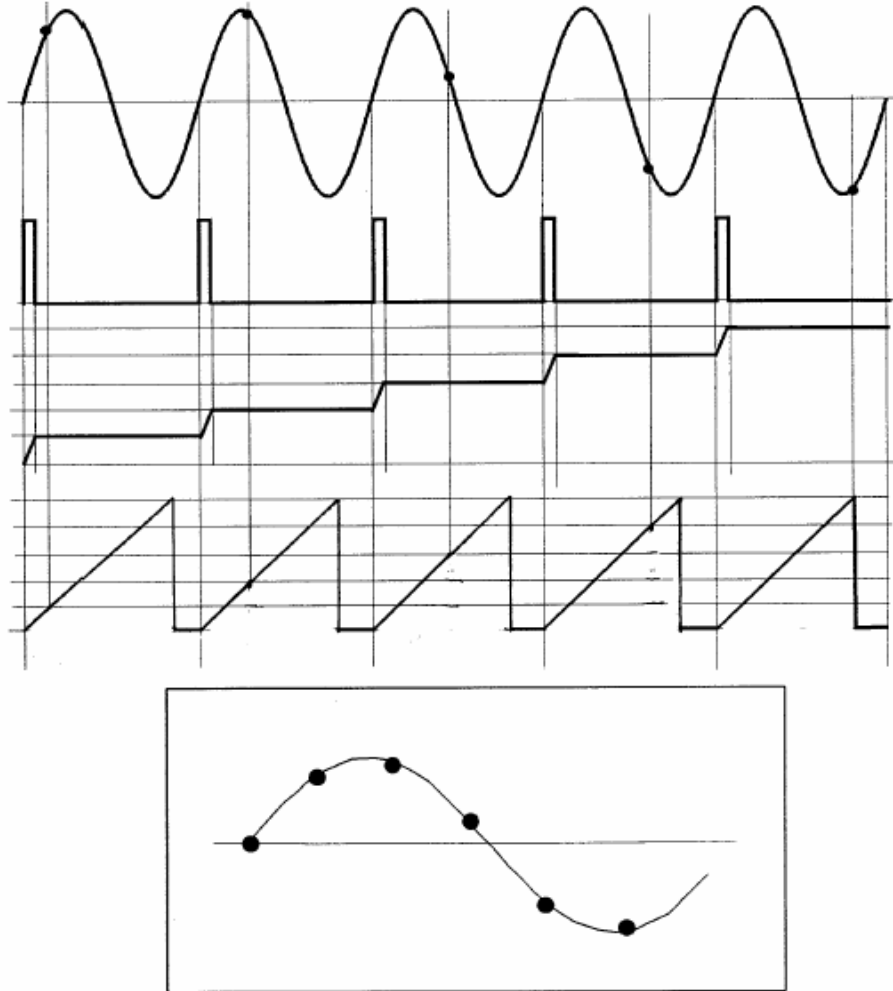


b) Reconstrucció



Muestreo repetitivo

En este caso se adquiere una muestra por cada disparo.



El instante en el cual se muestrea la señal se va retardando uniformemente respecto al punto de disparo. En este muestreo no puede capturarse señal previa al disparo.

El incremento de tiempo determina la frecuencia de muestreo.

2.1.5 Sondas:

La impedancia de entrada de los osciloscopios no es excesivamente elevada y, lo que es más grave, varía con la frecuencia. Esto implica que habrá un efecto de carga dependiente de la frecuencia que distorsiona cualquier señal con múltiples componentes frecuenciales.

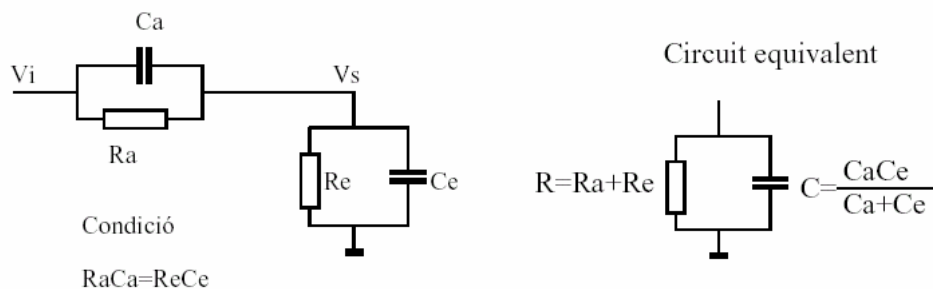
Para evitar esto se emplean sondas. Existen diferentes tipos de sondas para los osciloscopios. Si nos centramos en sondas para medida de tensiones, existen dos grandes grupos:

- Sondas pasivas (atenuadoras)
- Sondas activas

Las sondas activas presentan una impedancia de entrada (conjunto sonda-osciloscopio) muy elevada y pueden ser usadas hasta frecuencias muy elevadas. No obstante, deben ser alimentadas y el margen de tensiones a su entrada es reducido.

Las sondas pasivas atenuadoras son, con diferencia, las más usadas. El objetivo es que desde el circuito de medida, el conjunto sonda-osciloscopio se vea como una impedancia de valor lo suficientemente elevado como para que el efecto de carga sea negligible y que la función de transferencia sea plana (hasta frecuencias superiores a las que tendríamos sin el uso de sondas). Las sondas más comunes son atenuadoras por 10 (10x) y por 100 (100x). Muchos osciloscopios pueden corregir automáticamente la atenuación introducida por las sondas.

Para que una sonda realice correctamente su función, debe ser calibrada. Sea V_i la tensión en el circuito a medir y V_s la tensión a la entrada del osciloscopio. Deseamos que la función de transferencia $V_s/V_i(s)$ no dependa de la frecuencia si no que sea constante. Sea C_a y R_a en paralelo el modelo de la sonda donde C_a se ajusta en la calibración. Sean R_e y C_e en paralelo el modelo de la impedancia de entrada del osciloscopio. Entonces:



Sea Z_a la impedancia equivalente de la sonda y Z_e la impedancia equivalente de entrada del osciloscopio. Entonces:

$$\frac{V_s(\omega)}{V_i(\omega)} = \frac{Z_e}{Z_e + Z_a} = \frac{1}{1 + \frac{Z_a}{Z_e}} = \frac{1}{1 + \frac{Y_e}{Y_a}}$$

donde Y_e y Y_a son las admitancias del osciloscopio y de la sonda respectivamente. Si trabajamos con el inverso de la función de transferencia (atenuación):

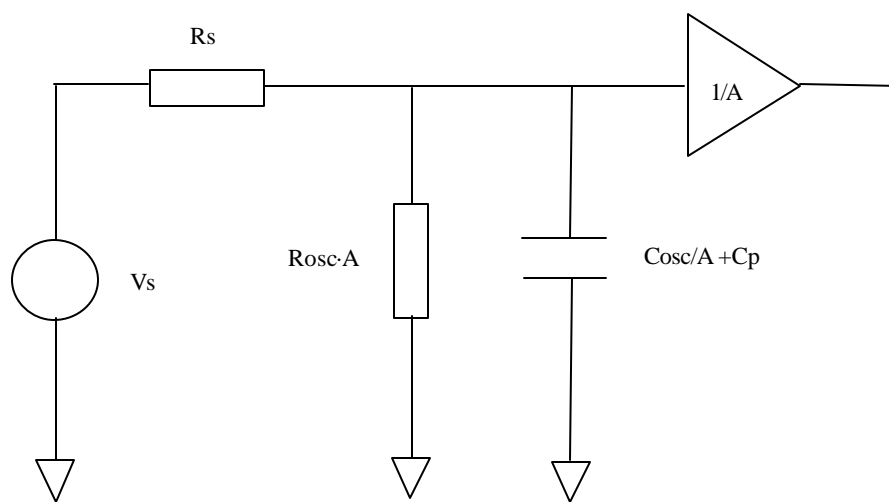
$$\frac{V_i(\omega)}{V_s(\omega)} = 1 + \frac{Y_e}{Y_a} = 1 + \frac{\frac{1}{R_e} + j\omega C_e}{\frac{1}{R_a} + j\omega C_a} = 1 + \frac{\left(\frac{1}{R_e} + j\omega C_e\right) \cdot \left(\frac{1}{R_a} - j\omega C_a\right)}{\left(\frac{1}{R_a}\right)^2 + \omega^2 C_a^2}$$

$$\frac{V_i(\omega)}{V_s(\omega)} = 1 + \frac{\left(\frac{1}{R_e R_a} + \omega^2 C_e C_a\right) + j\omega\left(\frac{C_e}{R_a} - \frac{C_a}{R_e}\right)}{\left(\frac{1}{R_a}\right)^2 + \omega^2 C_a^2}$$

En una sonda atenuadora se cumple siempre la relación $R_a = (A-1) \cdot R_e$. Por ejemplo, para una sonda atenuadora 10x, la resistencia de la sonda es 9 veces la resistencia de entrada del osciloscopio. Para que una sonda esté calibrada, debe cumplirse la relación: $R_e \cdot C_e = R_a \cdot C_a$. Entonces:

$$\frac{V_i(\omega)}{V_s(\omega)} = 1 + \frac{\left(\frac{1}{R_e R_a} + \omega^2 C_e C_a\right)}{\left(\frac{1}{R_a}\right)^2 + \omega^2 C_a^2} = 1 + \frac{C_e C_a}{C_a^2} \frac{\left(\frac{1}{R_e R_a C_e C_a} + \omega^2\right)}{\left(\frac{1}{R_a C_a}\right)^2 + \omega^2} = 1 + \frac{C_e}{C_a} = 1 + \frac{R_a}{R_e} = 1 + A - 1 = A$$

Es decir, sea cual sea la frecuencia, habrá una atenuación entre V_i y V_s igual a A . Puede demostrarse que la impedancia equivalente del conjunto sonda-osciloscopio corresponde a una resistencia de valor A veces el valor de la resistencia de entrada del osciloscopio en paralelo con una capacidad igual a la de entrada del osciloscopio dividida por A . Si la fuente de tensión donde se conecta la sonda compensada tiene impedancia de salida nula, la atenuación no dependerá de la frecuencia. No obstante, si tiene una cierta impedancia de salida, el efecto de carga dependerá de la frecuencia y asimismo la atenuación. Además, debe incluirse en el modelo anterior la capacidad parásita de la punta de la sonda (entre 1pF y 5 pF) que no se compensa en este circuito. En definitiva, cuando se conecta una fuente de tensión con impedancia de salida R_s a un osciloscopio mediante una sonda calibrada, el sistema puede modelarse como:



Ejemplo: Sea un generador de funciones con una impedancia de salida de 50Ω que se desea conectar a un osciloscopio con una impedancia de entrada de $1 M\Omega || 25 pF$. Halle la expresión de la atenuación en continua y su frecuencia de corte a -3 dB si:

- Los conectamos directamente con un cable bnc-bnc (suponer capacidad del cable $100 pF$)
- Los conectamos con una sonda atenuadora 10x calibrada. El fabricante de la sonda especifica una impedancia de entrada en este caso de $10 M\Omega || 10 pF$ (en la capacidad se incluye la capacidad residual tras calibrado y la de punta)

Las expresiones escritas anteriormente eran únicamente válidas si la impedancia de salida del circuito a medir era nula. Ahora, debido a la impedancia de salida del generador $R_s = 50 \Omega$ tendremos efecto de carga aparte de la atenuación de la sonda (independiente de la frecuencia) y que llamaremos A_s .

R_i y C_i serán los valores de la impedancia de entrada del conjunto sonda-osciloscopio. La expresión general para la atenuación es:

$$A(\omega) = \frac{V_s}{V_i}(\omega) = \left(1 + \frac{R_s}{Z_i}\right) \cdot A_s = \left(\left(1 + \frac{R_s}{R_i}\right) + j\omega R_s C_i \right) A_s$$
$$A(0) = \left(1 + \frac{R_s}{R_i}\right) \cdot A_s$$

donde R_i es la resistencia de entrada y C_i la capacidad de entrada.

La frecuencia de corte es $1/(2 \cdot \pi \cdot (R_s // R_i) \cdot C_i)$ que puede aproximarse por $1/(2 \cdot \pi \cdot R_s \cdot C_i)$.

Caso a). En este caso, $R_i = 1 \text{ M}\Omega$, $C_i = 125 \text{ pF}$ y $A_s = 1$. Entonces: $A(0) = 1$ ($R_s \ll R_i$) y la frecuencia de corte es 25 MHz

Caso b). Ahora $R_i = 10 \text{ M}\Omega$, $C_i = 10 \text{ pF}$ y $A_s = 10$. Entonces: $A(0) = 10$ y la frecuencia de corte es de 318 MHz.

No obstante, a alta frecuencia (por encima de 100 MHz) se producen fenómenos de resonancia que limitan el empleo de la sonda o bien deben corregirse con un circuito de ecualización.

2.1.6 Incertidumbre en medidas con osciloscopio

Para calcular la incertidumbre en medidas debemos distinguir previamente las posibles fuentes de error. En este apartado MD denota todo el margen dinámico del canal vertical (N° de divisiones verticales \cdot V/división) y BT denota la base de tiempos (N° de divisiones horizontales \cdot s/división)

Incertidumbres y efectos sistemáticos asociados al canal vertical:

- a) Incertidumbre asociada a la exactitud del canal vertical:

Es debida a inexactitudes en el acondicionamiento de la señal. Viene expresada como %MD y a veces como %MD+%L. La incertidumbre típica es (suponiendo una distribución uniforme del error). Se trata de un error sistemático que sólo puede corregirse mediante calibración.

$$u_{CH}(V) = \frac{a\% \text{ Lectura} + b\% MD}{\sqrt{3}}$$

- b) Incertidumbre asociada a la resolución:

En osciloscopios analógicos existe un límite visual y dependiente del usuario. Generalmente, la incertidumbre asociada es:

$$u_{res.an.}(V) = \frac{MD}{20 \cdot \text{Número de divisiones verticales} \cdot \sqrt{3}}$$

En osciloscopios digitales el límite lo impone la resolución del convertidor analógico-digital. La incertidumbre puede expresarse como:

$$u_{A/D}(V) = \frac{q}{\sqrt{12}} = \frac{MD}{2^n 2\sqrt{3}}$$

Donde q es el paso de cuantificación y equivale a $MD/2^n$, el error máximo de cuantificación es $q/2$ y se supone distribuido uniformemente. En osciloscopios digitales, se añade ruido a la señal (dithering) para que esta incertidumbre sea aleatoria y pueda reducirse por promediado.

- c) Error asociado a la respuesta frecuencial:

Este es un error sistemático que puede corregirse. Para señales senoidales introduce una atenuación y un desfase que pueden sustraerse a las medidas. Para otras señales la corrección es más complicada. Es el responsable del error en medidas de tiempos de subida.

- d) Error asociado a efectos de carga:

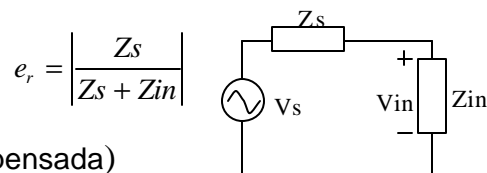
Asociado a la impedancia de entrada del osciloscopio o del osciloscopio+sonda. Es sistemático y, por tanto, corregible.

- Impedancia de entrada

- Sin sonda

$$Z_{in} = \frac{R_{in}}{1 + j\omega CR_{in}}$$

- Sonda atenuadora x10 (compensada)



$$Z_{in_{x10}} = \frac{R_{in} \cdot 10}{1 + j\omega CR_{in}}$$

Incertidumbres asociadas al canal horizontal:

- a) Incertidumbre asociada a la exactitud de la base de tiempos:
El fabricante suele dar esta exactitud como %BT, %BT+%L o %BT+%L+c donde c es un tiempo determinado. Esta incertidumbre procede de un efecto sistemático que puede reducirse por calibración. La incertidumbre se calcula como:

$$u_{BT}(T) = \frac{a\%Lectura + b\%BT + c}{\sqrt{3}}$$

- b) Incertidumbre asociada a la resolución:
En osciloscopios analógicos se calcula como en el caso del canal vertical:

$$u_{res.an.}(T) = \frac{BT}{20 \cdot \text{Número de divisiones horizontal} \cdot \sqrt{3}}$$

Para osciloscopios digitales depende del número de muestras por barrido y puede calcularse como:

$$u_{resBT}(T) = \frac{BT}{2 \cdot N_{muestras} \cdot \sqrt{3}}$$

Este error es sistemático y podría reducirse por calibración.

Incertidumbres asociadas al ruido

La presencia de ruido puede originar tanto errores aleatorios como sistemáticos dependiendo del tipo de medida. Suponiendo ruido blanco, el nivel de ruido dependerá del ancho de banda equivalente de ruido del osciloscopio el cual puede aproximarse por el ancho de banda analógico del canal empleado.

Una vez vistas las fuentes de incertidumbres, veamos cómo se calcula la incertidumbre en medidas automáticas realizadas con osciloscopios digitales.

Incertidumbre en la medida de tensiones de pico y de tensiones pico a pico:

Si se ha corregido el error de carga y atenuaciones asociadas a la respuesta frecuencial, las posibles fuentes de incertidumbre son el ruido, la resolución y la exactitud del canal vertical. Las incertidumbres asociadas a la resolución y al ruido son aleatorias y se pueden reducir por promediado (el osciloscopio puede realizar promediados de forma automática). De esta forma:

$$u(V_{pico}) = \sqrt{u_{CH}^2(V_{pico}) + \frac{u_{A/D}^2(V_{pico}) + u_{ruido}^2(V_{pico})}{N_{c.promedido}}}$$

$$u(V_{pico-pico}) = \sqrt{2} \cdot u(V_{pico})$$

Donde se ha supuesto que para la medida pico a pico se toman dos medidas independientes (para el pico positivo y negativo) y que la señal está centrada (esto afecta al %L en la incertidumbre asociada a la exactitud del canal vertical).

Ejemplo: Se desea medir la tensión pico a pico de una señal senoidal de 1 V de amplitud y 1 kHz de frecuencia aproximadamente con un osciloscopio digital HP54520A. La relación señal a ruido es de 20 dB. Halle la incertidumbre en la medida si no se realiza promediados y haciendo 64 promediados.

En primer lugar hallemos cual es la incertidumbre asociada al ruido:

$$\frac{S}{N} = \frac{s_{\text{senoide}}}{s_{\text{ruido}}} \Rightarrow s_{\text{ruido}} = \frac{s_{\text{senoide}}}{\frac{S}{N}} = \frac{1V}{10} = 70,7mV = u_{\text{ruido}}(V)$$

Consultando las características del fabricante se obtiene que el convertidor analógico digital es de 8 bits y que la exactitud del canal vertical es del 1,25%·L. La escala vertical tiene 8 divisiones. Previo al cálculo de las incertidumbres se debe conocer cual será el MD ya que afecta a la incertidumbre asociada a la resolución. Ya que tendremos 2 V_{pp}, el selector de ganancia debe estar en 0,5 V/div lo cual implica un MD= 8 div·0,5 V/div=4 V (el MD inmediatamente inferior es inferior a los 2 V_{pp} que necesitamos para la medida, en concreto es 1,6 V). Por otro lado, el resultado de la medida procede de la lectura dos lecturas (1 V y -1 V, respectivamente) que se consideran independientes. Por lo tanto:

$$u_{CH}(V) = \frac{1,25}{\sqrt{3}} \cdot 1V = 7,2mV$$

$$u_{A/D}(V) = \frac{MD}{2^n \cdot 2\sqrt{3}} = 4,5mV$$

En el caso de no promediar:

$$u(V_{\text{pico}}) = \sqrt{(7,2mV)^2 + (4,5mV)^2 + (70,7mV)^2} = 71,2mV$$

$$u(V_{\text{pico-pico}}) = \sqrt{2} \cdot u(V_{\text{pico}}) = 100,7mV$$

En el caso realizar 64 promediados:

$$u(V_{\text{pico}}) = \sqrt{(7,2mV)^2 + \frac{(4,5mV)^2 + (70,7mV)^2}{64}} = 11,4mV$$

$$u(V_{\text{pico-pico}}) = \sqrt{2} \cdot u(V_{\text{pico}}) = 16,1mV$$

Obsérvese que si el número de promediados tiende a infinito, la incertidumbre remanente corresponderá a la asociada a la exactitud del canal vertical.

Incertidumbre en la medida de tensiones eficaces:

En el caso de medidas de tensiones eficaces, el valor eficaz de tensión de ruido ($\sigma_{\text{ruido}}=u_{\text{ruido}}$) y de cuantificación se suman cuadráticamente al valor de la tensión a medir convirtiéndose en un error sistemático que debe eliminarse junto con los problemas asociados a efectos de carga y atenuaciones asociadas a la función de transferencia. Si estos últimos dos efectos han sido corregidos, la lectura será:

$$V_{\text{ef medido}} = \sqrt{V_{\text{ef señal}}^2 + \mathbf{s}_{\text{ruido}}^2 + u_{A/D}^2(V)}$$

Por lo tanto:

$$V_{\text{ef corregido}} = \sqrt{V_{\text{ef medido}}^2 - \mathbf{s}_{\text{ruido}}^2 - u_{A/D}^2(V)}$$

No obstante, debido a que para el cálculo del valor eficaz se emplea un número finito de muestras (una muestra de la población de ruido), el valor eficaz medido tiene una incertidumbre asociada al ruido que puede aproximarse como:

$$u_{\text{ruido}}^2[V_{\text{ef medido}}] = \text{Var}[V_{\text{ef medido}}] \approx \frac{\mathbf{s}_{\text{ruido}}^2 + u_{A/D}^2(V)}{2 \cdot BT \cdot B_{eq}} + \frac{\mathbf{s}_{\text{ruido}}^4 + u_{A/D}^4(V)}{4 \cdot V_{\text{ef medido}}^2 \cdot BT \cdot B_{eq}}$$

Donde BT es la base de tiempos y B_{eq} es el ancho de banda equivalente de ruido.

La incertidumbre asociada a la exactitud del canal vertical merece un comentario aparte. En el caso general que el fabricante especifique que el error en un punto determinado de la pantalla puede hallarse como:

$$u(V) = \frac{a \cdot L + b \cdot MD}{k}$$

donde k es el factor de cobertura ($\sqrt{3}$ para distribución uniforme) y teniendo en cuenta que:

$$V_{\text{ef}} \approx \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V^2(i)}$$

donde se realiza el sumatorio en un número entero de ciclos de señal (N muestras), se obtiene que (teniendo en cuenta que la señal tiene media nula (o acoplo en alterna) y que el factor asociado a MD se puede considerar como un sesgo constante):

$$u_{CH}(V_{ef_{medido}}) = \sqrt{\frac{a^2 V_{ef}^2}{k^2} + \frac{b^2 MD^2}{k^2}}$$

La incertidumbre en la medida de la tensión eficaz (una vez corregidos los efectos sistemáticos) será función de: la incertidumbre asociada al ruido y la resolución y la incertidumbre en la exactitud del canal.

$$u(V_{ef_{medido}}) = \sqrt{u_{CH}^2(V_{ef_{medido}}) + \frac{u_{ruido}^2(V_{ef_{medido}})}{N_{c.promedido}}}$$

Esta expresión es cierta suponiendo que en la pantalla se representa como mínimo un ciclo entero de señal. Si no, existe un error sistemático que también deberá corregirse.

Ejemplo: Se desea medir el valor eficaz de una señal de 1 kHz y 1 V de pico. La densidad espectral de ruido a la entrada es de $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Estime la incertidumbre en la medida si no se realiza promediado y empleando 64 promediados. Suponga un convertidor A/D de 8 bits y una exactitud del canal vertical del 1,25%. Suponga además que se mide en 0,1 ms/div con una traza de 1024 muestras y que el ancho de banda del osciloscopio es de 200 MHz.

Nuevamente $MD=4 \text{ V}$. Para 1 kHz, si asumimos un único ciclo de señal, $BT=1 \text{ ms}$. La frecuencia de muestreo es 1024 muestras/1 ms=1,024 MHz. El ancho de banda equivalente de ruido es, aproximadamente, 200 MHz. Por lo tanto:

$$s_{ruido} = \sqrt{s_{ruido}^2 \cdot B_{eq}} = 14,1 \text{ mV}$$

$$u_{A/D} = \frac{MD}{2^9 \sqrt{3}} = 4,5 \text{ mV}$$

La corrección que se tiene que hacer sobre el valor medido es:

$$V_{ef_{corregido}} = \sqrt{V_{ef_{medido}}^2 - (14,1 \text{ mV})^2 - (4,5 \text{ mV})^2} \approx \sqrt{V_{ef_{medido}}^2 - (4,5 \text{ mV})^2}$$

Las incertidumbres residuales asociadas al ruido y al ruido de cuantificación son:

$$u_{ruido}^2[V_{ef_{medido}}] \approx \frac{s_{ruido}^2 + u_{A/D}^2(V)}{2 \cdot BT \cdot B_{eq}} + \frac{s_{ruido}^4 + u_{A/D}^4(V)}{4 \cdot V_{ef}^2 \cdot BT \cdot B_{eq}} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ V}^2$$

$$u_{ruido}[V_{ef_{medido}}] \approx 7,1 \text{ mV}$$

La otra incertidumbre es:

$$u_{CH}(V_{ef}) = \frac{1,25 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 5,1 \text{ mV}$$

Por lo tanto:

$$u(V_{eficaz})\Big|_{\substack{\text{sin} \\ \text{promedio}}} = \sqrt{(5,1mV)^2 + (7,1mV)^2} = 8,6mV$$

$$u(V_{eficaz})\Big|_{\substack{64 \\ \text{promedios}}} = \sqrt{(5,1mV)^2 + \frac{(7,1mV)^2}{64}} = 5,1mV$$

Obsérvese que el promediado no aporta mejora.

Incertidumbre en la medida de tensiones continuas:

La incertidumbre vendrá dada por:

$$u(V_{medido}) = \sqrt{u_{CH}^2(V_{medido}) + \frac{u_{A/D}^2(V_{medido}) + u_{ruido}^2(V_{medido})}{N_{c.promedado}}}$$

Donde $u_{CH}(V_{medido})$ es la incertidumbre asociada a la exactitud del canal vertical. Ahora, como se promedia durante N muestras (ruido blanco):

$$V_{medido} = V_{DC}$$

$$u_{ruido}^2[V_{medido}] = Var[V_{medido}] \approx \frac{S_{ruido}^2}{N}$$

$$u_{A/D}^2(V_{medido}) = \frac{MD^2}{N \cdot (2^{n+1} \cdot \sqrt{3})^2}$$

Ejemplo: Se mide una tensión continua de 1 V en la escala de 0,2 V/div con el anterior osciloscopio sin realizar promediado. La densidad espectral de ruido es de $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Calcule la incertidumbre en la medida si la longitud del registro donde se almacena la señal es de 1024 muestras y medimos en la escala de 1 ms/div. El error asociado al canal vertical es 1,25%·L

Ahora MD=1,6 V y $B_{eq}=200 \text{ MHz}$.

$$S_{ruido} = \sqrt{S_{ruido}^2 \cdot B_{eq}} = 14,1mV$$

$$u_{ruido} = \frac{S_{ruido}}{\sqrt{N_{muestras}}} = 0,44mV$$

$$u_{A/D}(V_{medio}) = \frac{MD}{\sqrt{N} \cdot 2^{n+1} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1,6V}{\sqrt{1024} \cdot 512 \cdot \sqrt{3}} = 56,4 \mu V$$

$$u_{CH}(V_{medio}) = \frac{1,25}{\sqrt{3}} \text{IV} = 7,2 \text{mV}$$

La incertidumbre total será:

$$u(V_{medio}) = \sqrt{u_{CH}^2(V_{medio}) + u_{A/D}^2(V_{medio}) + u_{ruido}^2(V_{medio})} \approx u_{CH}(V_{medio}) = 7,2 \text{mV}$$

Incertidumbre en la medida del tiempo de subida:

Tal y como ya se ha comentado, el tiempo de subida sufrirá un error sistemático asociado al ancho de banda (analógico) del osciloscopio. Este error puede corregirse como:

$$t_{s\text{ estimado}} = \sqrt{t_{s\text{ medido}}^2 - t_{s\text{ osciloscopio}}^2}$$

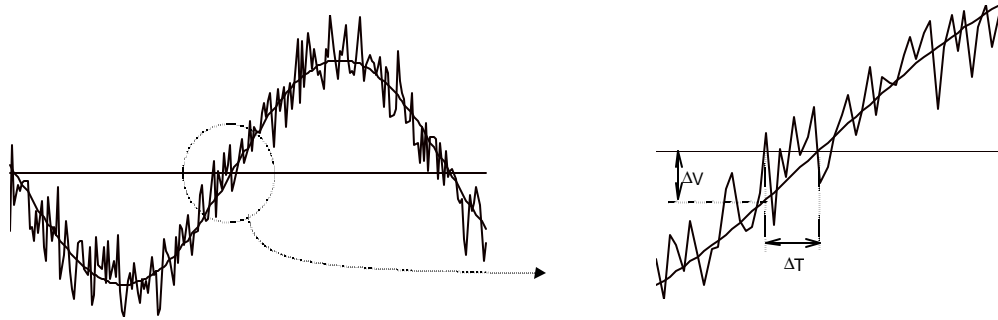
donde $t_{s\text{ osciloscopio}} \cong \alpha / BW_{\text{osciloscopio}}$ (α depende de la forma de la respuesta frecuencial del canal vertical). Cada fabricante especifica cómo calcular la incertidumbre en $t_{s\text{ medido}}$ en función del algoritmo empleado.

Incertidumbre en la medida de retardo entre señales y período:

La medida de retardo o de periodo se realiza a partir de la determinación de dos puntos cuando pasan por un cierto nivel (generalmente cero) creciendo o decreciendo. Así pues, la incertidumbre en la determinación de esos dos puntos vendrá determinada por:

- Incertidumbre en la base de tiempos
- Resolución de la base de tiempos (número de muestras del registro)
- Ruido en la señal (se trata igual que en el caso del error de disparo en el frecuencímetro)
- Resolución en el canal vertical asociada al convertidor A/D

El efecto del ruido puede estudiarse como:



$$\frac{\Delta V}{\Delta T} \approx \frac{dV_{señal}}{dt} \Rightarrow u_{ruido}(T) \approx \frac{S_{ruido}}{dV_{señal}/dt}$$

El efecto de la resolución del convertidor A/D es:

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} \approx \frac{dV_{señal}}{dt} \Rightarrow u_{A/D}(T) \approx \frac{\frac{q}{2\sqrt{3}}}{dV_{señal}/dt} = \frac{MD}{2^{n+1}\sqrt{3} \cdot dV_{señal}/dt}$$

Y los otros dos efectos pueden cuantificarse como:

$$u_{BT}(T) = \frac{a\% \text{ Lectura} + b\% BT + c}{\sqrt{3}}$$

$$u_{resBT}(T) = \frac{BT}{2 \cdot N_{muestras} \sqrt{3}}$$

Finalmente,

$$u(T_1 - T_2) = \sqrt{\frac{u_{BT}^2(T_1 - T_2) + u_{resBT}^2(T_1) + u_{resBT}^2(T_2) + \frac{u_{A/D}^2(T_1) + u_{A/D}^2(T_2) + u_{ruido}^2(T_1) + u_{ruido}^2(T_2)}{N_{promediado}}}$$

En el caso de medida de período:

$$u(T) = \sqrt{u_{BT}^2(T) + 2 \cdot \left(u_{resBT}^2(T) + \frac{u_{A/D}^2(T) + u_{ruido}^2(T)}{N_{promediado}} \right)}$$

Ejemplo: Se tienen dos señales retardadas 0,3 ms de frecuencia 50 Hz y amplitudes 1 V y 0,5 V. Calcule la incertidumbre en la medida del retardo si se emplea el osciloscopio HP54520A y sabiendo que S/N=40 dB en la señal de menor amplitud mientras puede considerarse infinita en la de mayor amplitud. Suponga MD=0,16 V. Supongamos que hemos escogido

una longitud de registro de 1024 muestras. La exactitud del canal horizontal es 0,005%L+100 ps. Además, el convertidor A/D tiene 8 bits.

La base de tiempos que escogeremos será la más próxima al retardo (0,5 ms => 50 µs/div).

Sea V1 la señal con mayor amplitud y V2 la señal con menor amplitud. La derivada de la primera en el paso por cero es $A \cdot 2 \cdot \pi \cdot f = 314,2$ V/s mientras que la de V2 es 157,1 V/s.

El nivel de ruido en la segunda señal es $\sigma_{señal}/(S/N) = 0,5 \text{ V}/100/\sqrt{2} = 3,5$ mV.

Sea T_1 el paso por cero de V1 y T_2 el paso por cero de V2. Por tanto:

$$u_{ruido}(T_1) \approx \frac{s_{ruido}}{dV_{señal}/dt} = \frac{0}{314,2 \text{ V/s}} = 0$$

$$u_{ruido}(T_2) \approx \frac{s_{ruido}}{dV_{señal}/dt} = \frac{3,5 \text{ mV}}{157,1 \text{ V/s}} = 22,3 \text{ mms}$$

$$u_{A/D}(T_1) \approx \frac{MD}{\frac{2^{n+1} \sqrt{3}}{dV_{señal}/dt}} = \frac{0,16 \text{ V}}{314,2 \text{ V/s}} = 0,6 \text{ mms}$$

$$u_{A/D}(T_2) \approx \frac{MD}{\frac{2^{n+1} \sqrt{3}}{dV_{señal}/dt}} = \frac{0,16 \text{ V}}{157,1 \text{ V/s}} = 1,1 \text{ mms}$$

$$u_{BT}(T_1 - T_2) = \frac{a\% \text{ Lectura} + c}{\sqrt{3}} = \frac{0,005}{100} \frac{0,3 \text{ ms} + 100 \text{ ps}}{\sqrt{3}} = 8,7 \text{ ns}$$

$$u_{resBT}(T_1) = u_{resBT}(T_2) = \frac{BT}{2 \cdot N_{muestras} \sqrt{3}} = \frac{0,5 \text{ ms}}{2 \cdot 1024 \sqrt{3}} = 0,1 \text{ mms}$$

Aplicando la fórmula se obtiene una incertidumbre de 22,3 µs. Si se realizaran 64 promediados, esta incertidumbre se reduciría a 2,8 µs.

2.2 Medida en el espacio frecuencial. El analizador de espectros

2.2.1 Introducción

La información de una señal se puede extraer a partir de su análisis en el espacio temporal o frecuencial. Normalmente la función temporal de una señal se puede visualizar con un osciloscopio, mientras que su espectro frecuencial se puede obtener con un analizador de espectros. Ahora bien, existen osciloscopios digitales que permiten obtener también el espectro de la señal realizando una transformada rápida de Fourier (FFT) y analizadores de espectros que permiten visualizar la señal en el dominio temporal, aunque no están optimizados ninguno de ellos para realizar estas funciones.

Una primera pregunta es cuándo es mejor analizar una señal en el dominio temporal o frecuencial y la respuesta es obvia: depende de lo que queramos medir. La Figura 1 muestra una señal compleja (compuesta por señales a diferentes frecuencias) en los dominios temporal y frecuencial. En el dominio temporal, todas las componentes frecuenciales de la señal se suman y visualizan juntas. En cambio, en el dominio frecuencial la señal se separa en sus tres componentes frecuenciales y se visualiza el nivel de cada una. Sin embargo, si queremos, por ejemplo, medir el tiempo de subida de una señal o analizar el retardo entre dos señales complejas, un análisis temporal es más adecuado.

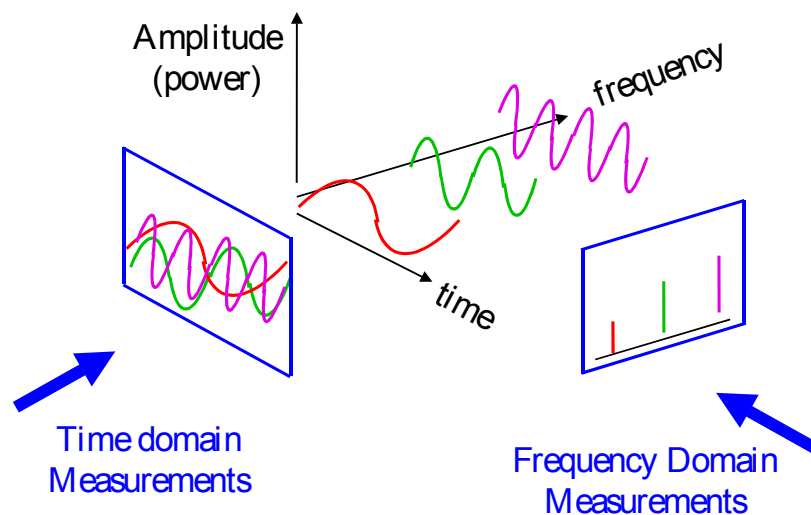


Figura 1. Análisis temporal versus análisis frecuencial

Centrándonos en el análisis en el dominio frecuencial y en los analizadores de espectros, podemos encontrar varias ventajas sobre las medidas en el dominio

temporal. Una de estas ventajas se basa en la capacidad de realizar medidas con un ancho de banda frecuencial estrecho lo que proporciona mayor sensibilidad en las medidas. De esta forma pueden reducir el ruido presente en las medidas o rechazar señales interferentes a determinadas frecuencias. Consideremos también la medida de la distorsión armónica de una señal senoidal casi perfecta. Un analizador de espectros puede ignorar la frecuencia fundamental y medir sólo el nivel de los armónicos. En cambio una medida con el osciloscopio mide simultáneamente el armónico fundamental y el resto de armónicos. Por lo tanto las medidas de distorsión armónica con un osciloscopio están limitadas a unas cuantas unidades de tanto por ciento, mientras que los analizadores de espectros permiten medidas de distorsión del orden del 0,01%.

Algunos sistemas están orientados inherentemente en el dominio frecuencial. Por ejemplo, los sistemas multiplexados en frecuencia (FDM) utilizados en sistemas de telecomunicación como la telefonía móvil o las estaciones de radio y televisión. Este tipo de sistemas se ha de analizar en el dominio frecuencial. El análisis de señales múltiples superpuestas también es un campo propicio al análisis frecuencial como hemos visto en la Figura 1.

Algunas de las medidas más típicas que se realizan con los analizadores de espectro son: modulación, distorsión y ruido. La Figura 2 ilustra estos tres casos. La medida del nivel y de la calidad de una modulación es importante para estar seguro que un sistema está trabajando correctamente y que la información se está transmitiendo adecuadamente. Entender el contenido espectral es importante, especialmente en sistemas de telecomunicaciones donde el espectro disponible suele ser escaso. La potencia transmitida es un parámetro muy importante en sistemas inalámbricos, como por ejemplo la telefonía móvil, para evitar la interferencia entre canales. En telecomunicaciones, la medida de la distorsión es crítica tanto para el receptor como para el emisor. Por ejemplo, una distorsión armónica excesiva a la salida del transmisor puede interferir con otras bandas de comunicación. Otras medidas de distorsión son las de intermodulación. Las medidas de ruido también son importantes. Cualquier circuito activo o dispositivo genera ruido y pruebas tales como la figura de ruido o la relación señal a ruido (SNR) son importantes para caracterizar un dispositivo y/o su contribución al ruido de todo el sistema.

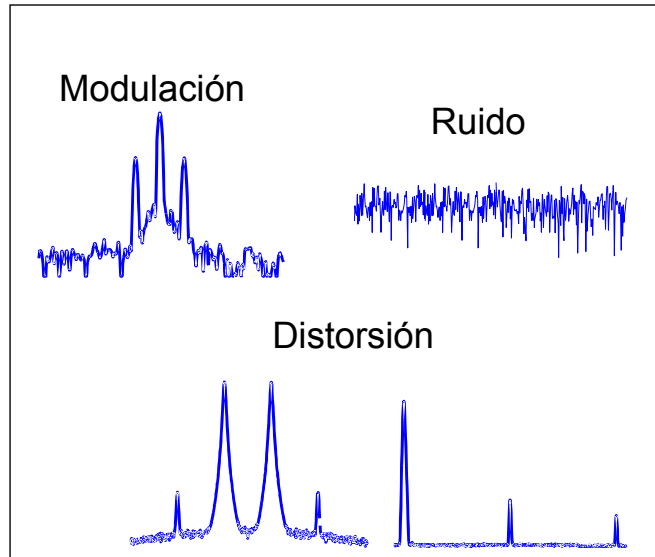


Figura 2. Medidas de modulación, distorsión y ruido.

Podemos distinguir dos tipos básicos de analizadores de espectros atendiendo al modo cómo obtienen el espectro frecuencial de la señal: los basados en la transformada rápida de Fourier (FFT) llamados analizadores de Fourier y los de barrido o superheterodinos. Los primeros, también conocidos en inglés como *Dynamic signal analyzer* permiten el análisis a frecuencias desde DC a centenares de kHz (este margen va aumentando a medida que la tecnología mejora). Los segundos se utilizan a frecuencias más altas, existiendo analizadores en el margen de 10 Hz hasta 100 MHz y en el margen de 100 kHz hasta un límite superior de 1 a 100 GHz. En los apartados siguientes se destacan las características principales de estos dos tipos de analizadores y de otros dos que han caído en desuso pero que merecen comentarse por su valor histórico: los analizadores en banco de filtros y los analizadores sintonizados.

Muy a menudo los resultados del análisis espectral se representan en unidades logarítmicas (decibelios). La potencia de entrada al analizador de espectros es:

$$P_{in} = \frac{V_{in}^2}{R_L}$$

donde V_{in} es la tensión eficaz que se aplica a la entrada y R_L es la resistencia de entrada (usualmente 50 Ω). Cuando se realizan medidas absolutas, la relación entre la potencia (en dB) y la tensión de entrada se obtiene como:

$$P(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10} P_{in} = 20 \cdot \log_{10} V_{in} - 10 \cdot \log_{10} R_L$$

y, depende de la resistencia de entrada. Por ejemplo, si el analizador de espectros indica que un pico espectral tiene un nivel de -30 dB, la tensión

eficaz a la entrada asociada a esa senoide es 0,22 V. En medidas relativas (diferencia en decibelios entre dos picos espectrales) la relación es la siguiente:

$$\begin{aligned}\text{Relación potencias (dB)} &= 10 \cdot \log_{10}(P_1/P_2) = 10 \cdot \log_{10}P_1 - 10 \cdot \log_{10}P_2 = \\ &= 20 \cdot \log_{10}V_{in1} - 20 \cdot \log_{10}V_{in2}\end{aligned}$$

y no depende de la resistencia de entrada.

Ejemplo: Se aplican dos senoides del mismo nivel simultáneamente a un filtro pasobajo. La primera senoide tiene una frecuencia dentro de la banda de paso mientras que la segunda tiene una frecuencia 100 veces superior a la frecuencia de corte a -3 dB. La señal de salida se mide con un analizador de espectros y resulta que existe una diferencia entre los dos picos espectrales de -80 dB. ¿Cuál es la atenuación en tensión del filtro y cuál es aproximadamente su orden?

Ya que la primera senoide se encuentra dentro de la banda de paso no se atenúa. En cambio, respecto a ésta, la segunda se ha atenuado por un factor de $10^{80/20} = 10000$. Ya que la atenuación ha sido de 40 dB/década (dos décadas equivalen a la diferencia de 80 dB), el filtro es de segundo orden.

Muy a menudo se emplea una unidad logarítmica derivada del decibelio: el conocido como dBm. Esta unidad tanto se emplea para medidas absolutas como relativas. Se obtienen sencillamente sumando 30 dB a la medida en dB.

$$\text{Lectura(dBm)} = \text{Lectura(dB)} + 30 \text{ dB}$$

A menudo también se encuentra el dBc. Éste no es más que una medida relativa en dB en la cual se muestra la diferencia entre la potencia a la frecuencia fundamental de la señal (portadora o carrier en inglés) y la potencia a una frecuencia múltiplo (armónico) de ésta. Se emplea comúnmente en medidas de distorsión.

2.2.2 Analizador de banco de filtros

Los analizadores de banco de filtros sólo han sido usados en ciertas aplicaciones de baja frecuencia como medidores de audio.

La Figura 3 muestra un diagrama de bloques de este tipo de analizadores, que consta de varios filtros pasobanda sintonizados a diferentes frecuencias. Los anchos de banda y las frecuencias centrales de los filtros se yuxtaponen para cubrir el margen frecuencial de interés. Las salidas de los filtros se conectan a unos detectores (simbolizados como un diodo y una capacidad) que convierten la salida alterna (onda senoidal) en un nivel de continua. Todas estas salidas

pueden ser visualizadas en una pantalla (tubo de rayos catódicos). La ventaja de este tipo de analizadores es su rapidez (los filtros actúan en paralelo) por lo que pueden representar el espectro de la señal en “tiempo real”.

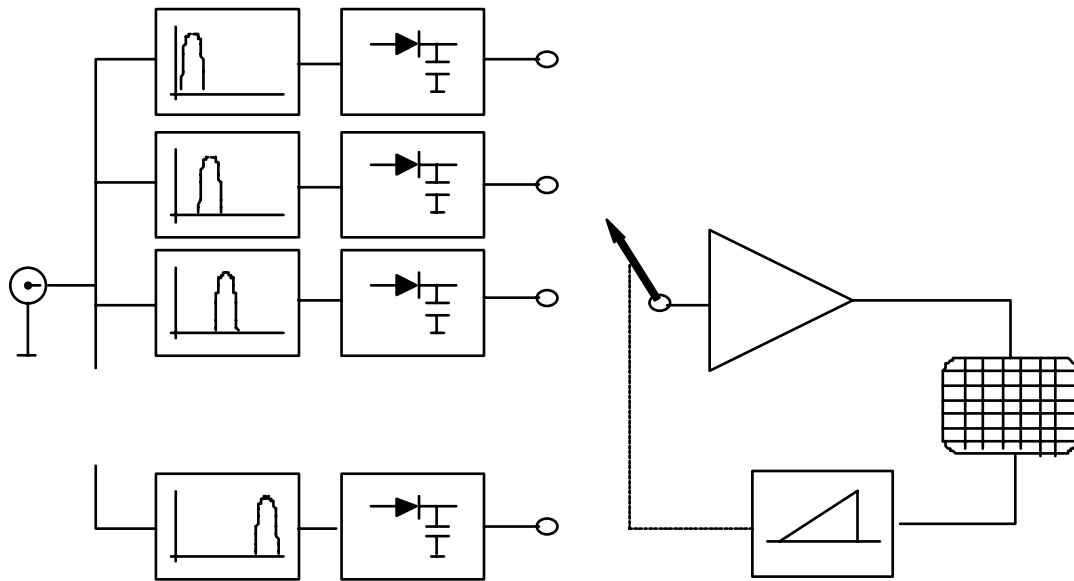


Figura 3. Esquema de bloques de un analizador de banco de filtros

La Figura 4 muestra como se verían estos filtros en el dominio de la frecuencia

Analizador de banco de filtros

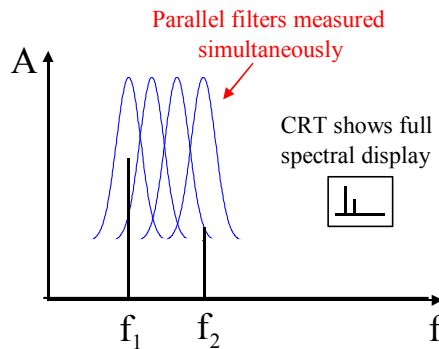


Figura 4. Analizador de banco de filtros en el dominio de la frecuencia.

Cada filtro/detector obtiene el valor eficaz de señal presente en un determinado margen frecuencial determinado por el ancho de banda BW_{res} del filtro. Este parámetro, que determina la resolución frecuencial del analizador, es importante para discernir componentes frecuenciales de la señal de entrada que estén muy cercanas. Por ejemplo, si dos componentes frecuenciales caen dentro del mismo filtro será imposible distinguirlas y la salida del detector será proporcional a la energía de las dos componentes. En pantalla se representa el

valor eficaz obtenido a la salida del detector dividido por el ancho de banda del filtro.

Por otra parte, el margen frecuencial que se quiere analizar ($f_{\max}-f_{\min}$) junto con BW_{res} determinan el número de filtros a utilizar (M) como

$$M = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{BW_{\text{res}}} \quad (1)$$

Esto quiere decir que si, por ejemplo, se quiere analizar un margen frecuencial de 100 kHz con una resolución de 100 Hz (BW_{res}) el número de filtros necesarios será de 1000. No sólo es poco factible tal cantidad de filtros sino que además es muy difícil implementar filtros cuya frecuencia central sea de 100 kHz y su ancho de banda tan sólo de 100 Hz. Ello explica la poca utilización de este tipo de analizadores, teniendo cabida sólo cuando el margen frecuencial sea pequeño o la resolución requerida menor (BW_{res} mayor).

2.2.3 Analizadores basados en la FFT (Analizadores de Fourier)

Este tipo de analizadores muestrea y digitaliza la señal de entrada y a continuación realiza una transformada rápida de Fourier (FFT) para obtener la representación en el dominio de la frecuencia. Suelen tener un ancho de banda bastante limitado (normalmente por debajo de los MHz) determinado en gran medida por la velocidad de los convertidores analógico-digitales y de las técnicas de procesado de señal. Evidentemente, a medida que la tecnología permita dispositivos más rápidos su margen frecuencial podrá aumentar.

La Figura 5 muestra un diagrama de bloques de un analizador de Fourier. La señal de entrada pasa por un atenuador variable que permite seleccionar varios márgenes de medida (de amplitud). Luego la señal se filtra pasa-bajas para eliminar aquellas componentes frecuenciales no deseadas que estén fuera del margen frecuencial del instrumento (filtro antialiasing). A continuación la señal se muestrea y digitaliza y se guarda en una memoria para realizar seguidamente la DFT (Transformada Discreta de Fourier) de las muestras adquiridas y presentar el resultado en pantalla.

$$\text{DFT}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (2)$$

Si el número de muestras es una potencia de 2 (caso habitual) se implementa la FFT (Fast Fourier Transform) que permite reducir el número de operaciones

necesarias para implementar la DFT y, por lo tanto, disminuir el tiempo de procesado.

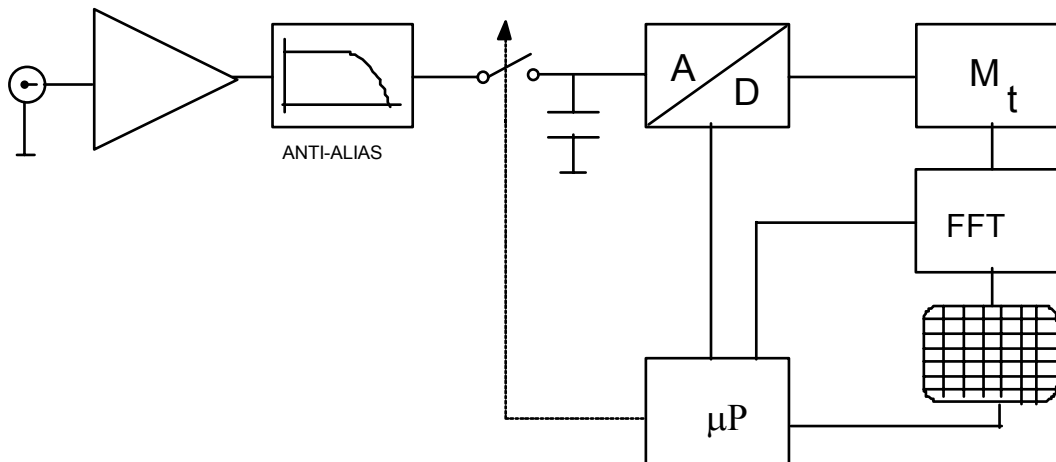


Figura 5. Esquema de bloques de una analizador de Fourier

Según el teorema de Nyquist, para no tener efectos de *aliasing*, la frecuencia de muestreo (f_s) ha de ser mayor que dos veces la frecuencia máxima de la señal (f_{max}). Es decir $f_s > 2f_{max}$. Con el fin de eliminar componentes de señal a frecuencia mayores a f_{max} , que de hecho será la frecuencia máxima que el analizador medirá, se utiliza un filtro antialiasing (pasa-bajas) a la entrada, con frecuencia de corte f_{max} . Como este filtro no será perfecto, tendrá una pendiente de caída finita y dejará pasar frecuencias superiores a f_{max} , que provocaría *aliasing*. Para minimizar este efecto se suele escoger $f_s > 2f_{max}$ (por ejemplo, $f_s \approx 2,5f_{max}$)

A fin de simplificar el algoritmo de la FFT el número de muestras temporales N , que se corresponderá también con el número de muestras en el dominio frecuencial obtenidas por la FFT, tiene que ser una potencia de 2 (por ejemplo 1024 muestras). Como la FFT es simétrica respecto a $f_s/2$, la salida de la FFT contiene $N/2+1$ puntos (cada uno contiene información de parte real e imaginaria, o dicho de otra manera, de amplitud y fase) que se corresponden con frecuencias de 0 a $f_s/2$. Sin embargo, no se suelen mostrar en pantalla todos estos puntos ya que el filtro antialiasing tiene una frecuencia de corte f_{max} inferior a $f_s/2$ (anteriormente hemos dicho $f_s \approx 2,5f_{max}$ lo que implica $f_{max} \approx f_s/2,5$). Una configuración posible sería que de los 513 puntos escogidos de las 1024 muestras iniciales, sólo se visualicen los primeros 400 puntos.

Las diferentes muestras están equiespaciadas en frecuencia, siendo este paso o intervalo frecuencial (Δf) igual al recíproco del tiempo durante el cual se han adquirido las muestras temporales. Este tiempo es igual al periodo de muestreo

(T_s) multiplicado por el número de muestras (N). Así, podemos expresar Δf como

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{adquisición}}} = \frac{1}{N \cdot T_s} = \frac{f_s}{N} \quad (3)$$

La frecuencia asociada con la muestra k será

$$f(k) = \frac{k}{N} f_s \quad (4)$$

donde k varía entre 0 (continua) y un valor inferior a $N/2$. Δf es conocida como resolución frecuencial.

Ejemplo 1:

Sea $f_s = 256$ kHz y $N = 1024$. El margen frecuencial de la FFT ($f_s/2$) será de 0 a 128 kHz y $\Delta f = 250$ Hz. Con $f_s = 1$ kHz, $\Delta f \approx 1$ Hz pero el margen frecuencial de la FFT es tan sólo de 0 a 500 Hz.

Ejemplo 2:

Si se desea una resolución espectral de 1 Hz y un margen frecuencial hasta 1 MHz ($f_{\text{max}}=f_s/3$), calcule la frecuencia de muestreo y el número mínimo de muestras.

Sustituyendo en la relación entre la frecuencia máxima y la frecuencia de muestreo se obtiene una frecuencia de muestreo de 3 MHz. Teniendo en cuenta la expresión que relaciona la resolución con la frecuencia de muestreo, se obtiene que el número de muestras debe ser $3 \cdot 10^6$. El tiempo de adquisición en este caso será de 1 segundo (inverso de la resolución espectral).

Los analizadores de Fourier realizan una estimación (aproximación) del espectro de potencia de la tensión a su entrada a partir de un número finito de muestras. Por definición, el espectro de potencia es la transformada de Fourier la función de autocorrelación:

$$S_{xx}(f) = \mathfrak{F}[R_{xx}(\tau)] \quad (5)$$

o bien:

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[\left| \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 \right] \quad (6)$$

El analizador de espectros no puede dedicar un tiempo infinito al cálculo del espectro y trabaja sobre la señal digitalizada. La estimación que realiza del espectro de potencia es el periodograma, el cual se calcula como:

$$\hat{S}_{xx}(k) = \frac{f_s}{N^2} |DFT(k)|^2 = \frac{1}{T_{\text{Adquisición}} \cdot N} |DFT(k)|^2 \quad (7)$$

donde $DFT(k)$ se calcula según (2). Las unidades del periodograma (cuando la señal a analizar es tensión como es el caso de todos los analizadores de espectros) son V^2/Hz . A menudo, se representa la raíz cuadrada del periodograma (en V/\sqrt{Hz}). Lo más común, no obstante, es representar el espectro en decibelios.

El periodograma, como estimador del espectro de potencia, presenta tres limitaciones serias. Se trata de un estimador sesgado. Para reducir el sesgo deben aumentarse el número de muestras adquiridas. No obstante, este problema no suele ser crítico. La segunda limitación es que el estimador es (si la señal de entrada es aleatoria) inconsistente: aunque aumentemos el número de muestras, la variancia del estimador no se reduce. De hecho, para ruido blanco se obtiene que:

$$\sigma_{\hat{S}_{xx}(k)}^2 \approx S_{xx}^2(k) \quad (8)$$

Para solucionar el problema de la inconsistencia se recurre al promediado de espectros (ver más adelante). La tercera limitación es debida a la propia definición del estimador: el periodograma asume que la señal que se está analizando es periódica con periodo igual al intervalo de tiempo analizado. En el caso de señales periódicas esto funciona bien si el número de ciclos capturado es un número entero (Figura 6). En cambio, si no se captura un número entero de ciclos se produce una discontinuidad al repetir la señal en el tiempo (Figura 7). Este fenómeno, conocido en inglés como *leakage*, tiene una repercusión importante en el dominio frecuencial.

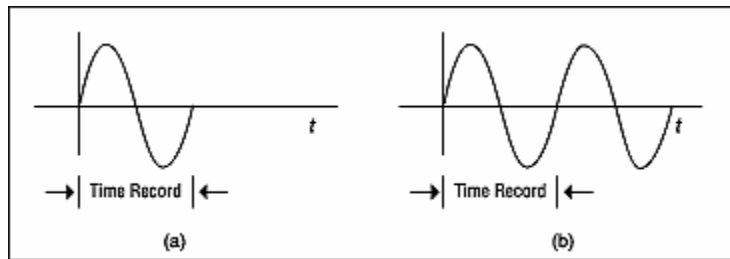


Figura 6. a) Captura de un ciclo de una senoide b) Al repetir la señal capturada se obtiene la señal senoidal original por lo que no hay efecto de *leakage*.

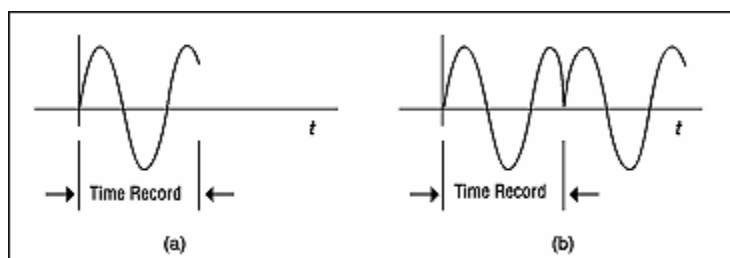


Figura 7. a) Captura de un número no entero de ciclos de una senoide b) Al repetir la señal capturada se obtienen discontinuidades no presentes en la señal senoidal original produciéndose el efecto de *leakage* en el dominio frecuencial.

Una solución al problema del *leakage* es forzar la señal a cero en los extremos del intervalo evitando las transiciones bruscas en el dominio temporal (al repetir el registro). Esto se consigue multiplicando las muestras por una función ventana.

La Figura 8 muestra un ejemplo donde se observa la señal antes y después de pasar por una ventana de Hanning. Ahora, aunque el número de ciclos capturados no sea un entero, no habrá transiciones bruscas al repetir el intervalo temporal reduciéndose el *leakage*.

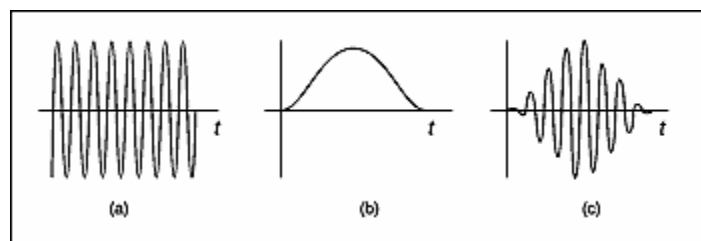


Figura 8. Señal senoidal antes (a) y después (c) de pasar por una ventana de Hanning (b).

Al inventanar una señal, se produce una suavización del espectro resultante reduciéndose la resolución frecuencial del periodograma.

Un parámetro importante es la resolución de la ventana que se suele definir como la amplitud (a -3 dB o a -6 dB) del lóbulo principal. Una mejor resolución comporta poder discernir mejor entre dos frecuencias muy próximas. La resolución de la ventana rectangular es mejor que la de Hanning pero tiene un efecto de *leakage* mayor. En general existe un compromiso entre resolución y efecto de *leakage*. El empleo de ventanas, además, reducen la variancia del estimador cuando la señal de interés es ruido:

$$\sigma_{\hat{S}_{xx}(k)^w}^2 = \sigma_{\hat{S}_{xx}(k)}^2 \cdot R_w \quad (9)$$

donde $\hat{S}_{xx}(k)^w$ es el periodograma de la señal enventanada, $\hat{S}_{xx}(k)$ es el de la señal sin enventanar y R_w es un parámetro que depende de la ventana (1 para ventana rectangular, 0,3 para ventana triangular y 0,4 para ventana de Hamming, por ejemplo). Debido a la multiplicación por la ventana, la señal resultante tiene una potencia menor. El analizador de espectros corrige esta pérdida estimando el periodograma de la siguiente forma:

$$\hat{S}_{xx}^w(k) = \frac{f_s}{N^2 \cdot FW} |DFT(k)|^2 \quad (10)$$

donde FW es un factor que depende de los coeficientes de la ventana (de hecho es la media de los coeficientes al cuadrado).

Como se ha comentado antes, una forma de reducir la variancia del estimador es realizando promediados. De esta forma (y suponiendo que, además, la señal se enventana), el periodograma se calcula como:

$$\hat{S}_{xx_{n_p}}^w(k) = \frac{f_s}{N^2 \cdot FW \cdot n_p} \sum_{i=1}^{n_p} |DFT(k)|^2 \quad (11)$$

donde n_p es el número de espectros promediados. Se puede demostrar que, en este caso:

$$\sigma_{\hat{S}_{xx_{n_p}}(k)^w}^2 = \sigma_{\hat{S}_{xx}(k)}^2 \cdot \frac{R_w}{n_p} \quad (12)$$

con lo cual la incertidumbre en el periodograma (raíz cuadrada de la variancia) es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de promediados.

Ejemplo 1:

Supóngase que se desea caracterizar un filtro de audio pasivo de primer orden con frecuencias de corte de 20 Hz y 20 kHz. Para ello se inyecta ruido blanco con densidad espectral de $1 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ y medimos la salida del filtro con un analizador de espectros con un tiempo de adquisición por espectro de 1 s (resolución de 1 Hz). ¿Cuál será la densidad espectral y su incertidumbre a 1 kHz si ni se enventana ni promedia?. ¿Y a 200 kHz?. Repetir las respuestas si se emplea una ventana triangular y si además se promedian 1000 espectros. ¿Cuál es el tiempo de adquisición en este caso?.

El espectro teórico a la salida del filtro es que el se muestra en la figura 9.

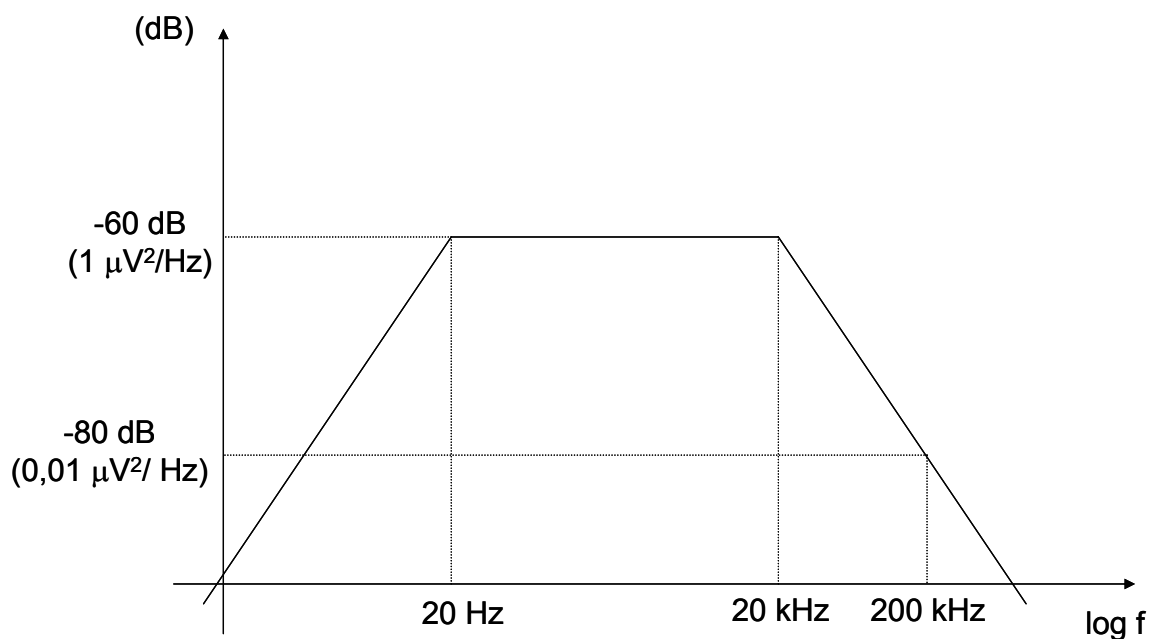


Figura 9: Espectro teórico de la señal de salida del filtro.

El espectro a 1 kHz vale $1 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ así como su incertidumbre (véase expresión (8)). A 200 kHz vale $0,01 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ al igual que su incertidumbre. Si se emplea ventana triangular, la incertidumbre se reduce a $0,55 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ a 1 kHz y a $0,0055 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ a 200 kHz (el factor de reducción es $\sqrt{0,3}$). Si, por otro lado, se

realizan 1000 promediados, las incertidumbres se reducen por un factor de $\sqrt{1000} = 31,6$ con lo cual la incertidumbre para 1 kHz es de $0,017 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ y para 200 kHz es de $174 \text{ nV}^2/\text{Hz}$.

2.2.4 Analizadores de filtro sintonizado

El banco de filtros que fue descrito antes usaba un gran número de filtros, por lo que no era demasiado práctico. Otra aproximación es usar un filtro pasobanda pero que sea sintonizable en el margen frecuencial de interés como muestra la figura 10. La figura 11 muestra el diagrama de bloques de un analizador de filtro sintonizado. El ancho de banda de este filtro determina la resolución del analizador. Además, es deseable que este filtro sea lo más plano posible para que señales de igual amplitud dentro de la banda de paso del filtro produzcan la misma lectura. Sin embargo es muy complejo y caro construir un filtro que sintonice en un gran margen frecuencial con un ancho de banda pequeño y fijo con la frecuencia (habríamos de mejorar la selectividad Q del filtro a medida que la frecuencia sintonizada fuera mayor) excepto, quizás, en el margen de las microondas. En la práctica, estos analizadores de espectros sólo se utilizan en aplicaciones donde el margen frecuencial es reducido.

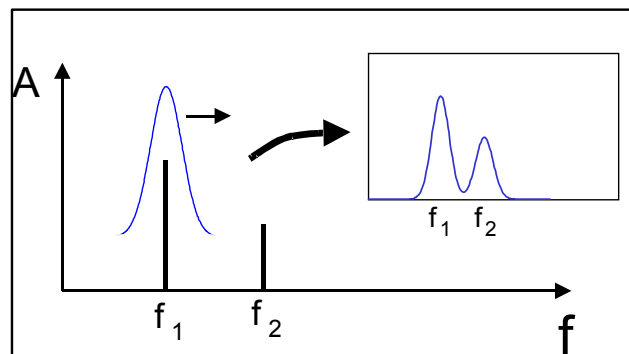


Figura 10. La utilización de un filtro pasobanda sintonizable realiza la misma función que un banco de filtros pero con un único filtro.

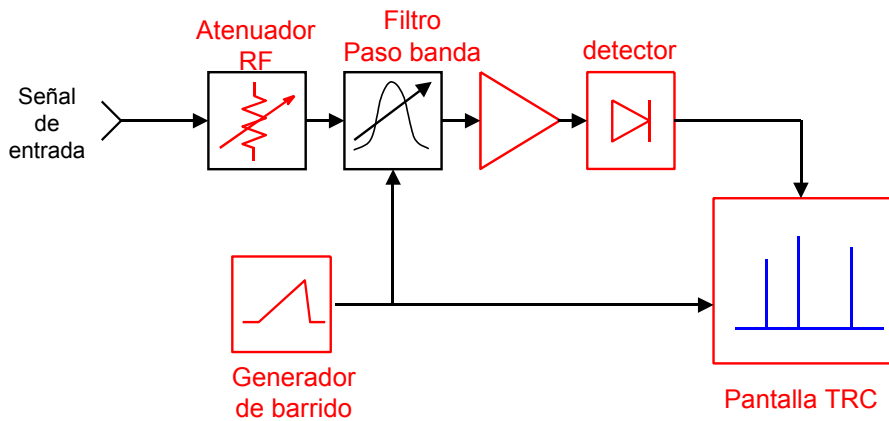


Figura 11. Esquema de bloques de un analizador de filtro sintonizado

2.2.5 Analizadores de barrido

Los analizadores de barrido han sido sustituidos gradualmente por los analizadores de Fourier a bajas frecuencias (por debajo de los MHz), pero aún son la tecnología dominante en el margen de las radiofrecuencias y en las frecuencias de microondas. Están basados en el clásico receptor superheterodino que utilizan multitud de receptores de radio o televisión.

La figura 12 muestra un diagrama de bloques de un analizador de espectros de barrido.

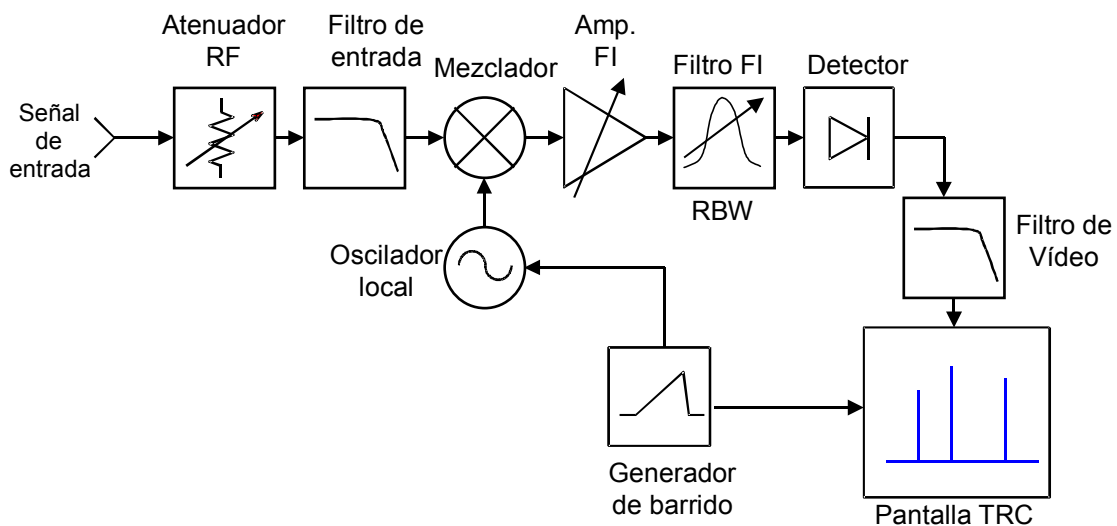


Figura 12. Esquema de bloques de una analizador de barrido

El atenuador limita la potencia de entrada máxima al mezclador. Los valores típicos máximos a su salida pueden variar entre los 0 dBm y los 10 dBm (sobre

50 Ω). Es decir, el valor eficaz máximo de tensión a la salida puede variar entre los 224 mV y los 70,7 mV. Un nivel demasiado alto a la entrada del mezclador puede provocar distorsiones indeseadas.

El filtro pasabajo a la entrada se conoce como *filtro imagen* porque elimina la posible interferencia de frecuencias *imágenes* que podrían pasar a través del filtro de FI pero que están fuera del margen frecuencial de interés.

El mezclador funciona idealmente como un multiplicador. Suponiendo que a la entrada (salida del filtro) tenemos un coseno

$$v_{RF}(t) = A \cos(2\pi f_{RF} t) \quad (13)$$

y que la señal del oscilador local es

$$v_{LO}(t) = \cos(2\pi f_{LO} t) \quad (14)$$

a la salida del mezclador tenemos

$$v_{IF}(t) = A \cos(2\pi f_{RF} t) \cos(2\pi f_{LO} t) = \frac{A}{2} [\cos(2\pi f_{LO} t + 2\pi f_{RF} t) + \cos(2\pi f_{LO} t - 2\pi f_{RF} t)] \quad (15)$$

es decir, dos cosenos de frecuencia suma y diferencia de las frecuencias de la señal RF y del oscilador local. El filtro de FI (frecuencia intermedia) selecciona solamente la señal de frecuencia diferencial ($f_{LO} - f_{RF}$), que permanece fija. Esto se logra haciendo que la frecuencia del oscilador local (f_{LO}) cambie de forma síncrona con la frecuencia de entrada que queramos medir. De esta manera, el diseño del filtro de FI es más sencillo ya que su frecuencia central es fija. A cambio tenemos que hacer el oscilador local sintonizable, pero esto es bastante más sencillo que realizar un filtro FI sintonizable en un margen frecuencial grande.

Como ejemplo ilustrativo supóngase que se quiere medir una señal a 5 MHz y que se escoge la frecuencia del filtro de FI a 20 MHz. Entonces el oscilador local ha de tener una frecuencia de 25 MHz. A la salida del mezclador tendremos una señal a 20 MHz, que es la que dejará pasar el filtro de FI, y otra a 30 MHz, que será rechazada por el filtro de FI. Si el margen frecuencial que se quiere medir va de 1 a 10 MHz el oscilador local tiene que ser sintonizable entre 21 y 30 MHz.

Con esta relación se pone de manifiesto el interés del filtro imagen de entrada. Por ejemplo, en el caso anterior (frecuencia de medida a 5 MHz y oscilador local a 25 MHz) una interferencia a 45 MHz produciría a la salida del mezclador una señal de 70 MHz y otra de 20 MHz. Esta última pasaría por el filtro de FI y

sería interpretada como si tuviéramos señal a 5 MHz a pesar de que realmente no fuera la de interés (no podría distinguir entre una señal a 5 MHz y su imagen a 45 MHz). Podríamos decir que el filtro imagen realiza una función similar al filtro antialiasing implementado en los analizadores de Fourier.

El amplificador de FI ajusta la posición vertical de la señal en la pantalla (selecciona el nivel de referencia) sin afectar el nivel de señal a la entrada del mezclador. De hecho, el atenuador de RF no cambia la escala (o el nivel de referencia) de la pantalla, por lo que el amplificador de FI cambiará automáticamente su ganancia para compensar los cambios en el atenuador RF. Sin embargo un cambio en el amplificador de FI no comporta un cambio en el atenuador de RF.

El ancho de banda del filtro de FI determina la resolución frecuencial o selectividad del analizador. Un ancho de banda menor significa una mejor discriminación entre dos tonos muy cercanos. Además, también mejora la relación señal a ruido ya que reduce la potencia de ruido a la salida. Sin embargo, un ancho de banda menor significa un tiempo de establecimiento mayor de la señal (son inversamente proporcionales) y, por lo tanto, una velocidad de barrido menor. Este punto será tratado con más profundidad más adelante. En un analizador de espectros el filtro de FI puede ser seleccionable en función de su resolución y su selectividad. Se define la resolución del filtro como su ancho de banda a -3 dB ($RBW = BW_{-3dB}$). Se define la selectividad del filtro como:

$$\text{Selectividad} = \frac{BW_{-60dB}}{BW_{-3dB}} \quad (16)$$

Cuanto menor y más próximo a 1 esté este valor, se dice que el filtro es más selectivo.

La salida del filtro de FI se conecta al detector, el cual produce un nivel de continua proporcional al nivel de señal alterna presente a su entrada. Normalmente está basado en un detector de pico. Para representar el valor eficaz se divide por $\sqrt{2}$. Después del detector suele haber un amplificador logarítmico que permite representar la salida en dB. Esto es adecuado cuando se quiere visualizar un margen de tensiones grandes, como suele ser el caso.

A continuación del detector viene el filtro de vídeo que es un filtro paso bajo utilizado para suavizar el ruido presente en las medidas. La figura 13 muestra la señal visualizada antes y después del filtrado. Como se observa el filtro reduce las variaciones debidas al ruido (reduce la variancia pero no su nivel). Ello es especialmente útil para discernir señales con un nivel cercano al del

ruido. Para que sea efectivo el filtro de vídeo, su frecuencia de corte tiene que ser menor que la del filtro de FI. Otra técnica para reducir la variancia del ruido es el promediado de diferentes realizaciones, de forma similar a como se vio en los analizadores de Fourier.

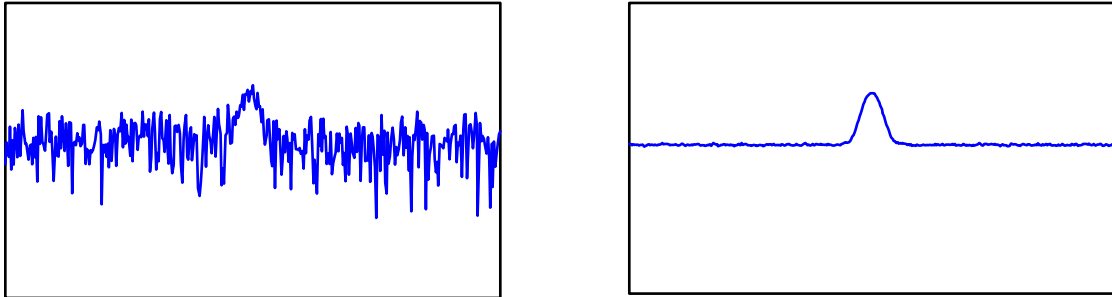


Figura 13. Señal más ruido antes (izquierda) y después (derecha) del filtro de vídeo.

En los analizadores de espectros de barrido se visualiza automáticamente todo el margen frecuencial de interés. Esto se consigue variando la frecuencia de un oscilador local controlado por tensión (VCO) mediante una señal en diente de sierra que aumenta su tensión de forma lineal. La misma tensión se utiliza para controlar el canal horizontal de la pantalla (como en un osciloscopio analógico) mientras que el canal vertical es proporcional a la señal presente a la salida del detector.

En los últimos años los microprocesadores se han incorporado a estos instrumentos (de forma similar a como ha ocurrido con otros instrumentos como los osciloscopios) añadiendo nuevas funcionalidades. Un microprocesador controla ahora el oscilador local y lee las muestras del convertidor A/D situado a la salida del filtro de vídeo. La pantalla ahora es controlada por el microprocesador (de forma similar a una pantalla de ordenador) eliminando los problemas existentes en los modelos “analógicos” derivados de una velocidad de refresco demasiado baja debido a velocidades de barrido lentas. De hecho, este problema también ocurre en los osciloscopios analógicos y se solventa en los osciloscopios digitales. La utilización de un procesador permite también realizar medidas automáticamente, escribir información en la pantalla y transferir los datos remotamente (por ejemplo a un PC a través del bus GPIB).

2.2.5.1 Resolución frecuencial y velocidad de barrido

La resolución determina el nivel de discriminación que tenemos para distinguir dos señales de frecuencia próxima. La resolución depende de diferentes parámetros como son el ancho de banda y la selectividad del filtro.

En primer lugar se ha de ser consciente de que una señal (senoidal) no se representará en la pantalla como una línea infinitamente estrecha, sino que tendrá asociada una cierta amplitud frecuencial relacionada con el ancho de banda a -3 dB del filtro de FI (RBW). Si aumenta el ancho de banda aumentará la anchura asociada con la línea espectral. La figura 14 muestra un ejemplo para diferentes valores de RBW.

Cuando medimos dos señales de igual amplitud, el valor de RBW nos dice cuán cerca pueden estar (en frecuencia) para poderlas apreciar como dos señales diferentes. Por ejemplo, si dos señales tienen una diferencia frecuencial de 10 kHz, un RBW de 10 kHz es suficiente para diferenciarlas (Figura 15).

La selectividad del filtro es un parámetro muy importante a la hora de distinguir entre dos señales de diferente amplitud. La figura 16 muestra dos filtros de diferente selectividad con igual BW_{-3dB} pero diferente BW_{-60dB} . Por ejemplo, imaginemos que tenemos dos tonos separados por 10 kHz. Un valor para RBW de 10 kHz es suficiente para diferenciarlos. Sin embargo, los productos de distorsión, que pueden estar 50 dB por debajo y separados 10 kHz podrían quedar enmascarados. La figura 17 muestra que con un RBW de 1 kHz y una selectividad de 15:1 ($BW_{-60dB} = 15 \times 1$ kHz) la distorsión sería detectable. En general dos señales con una diferencia de amplitud de 60 dB deben estar separadas al menos la mitad de BW_{-60dB} . Por lo tanto, en el caso anterior hubiéramos podido utilizar el filtro de $BW_{-3dB} = 10$ kHz si su selectividad fuera de 2:1 o menor ($BW_{-60dB} = 2 \times 10$ kHz). Sin embargo, un valor de selectividad pequeño implica un tiempo de respuesta del filtro grande, como veremos a continuación.

Resolution: Resolution Bandwidth

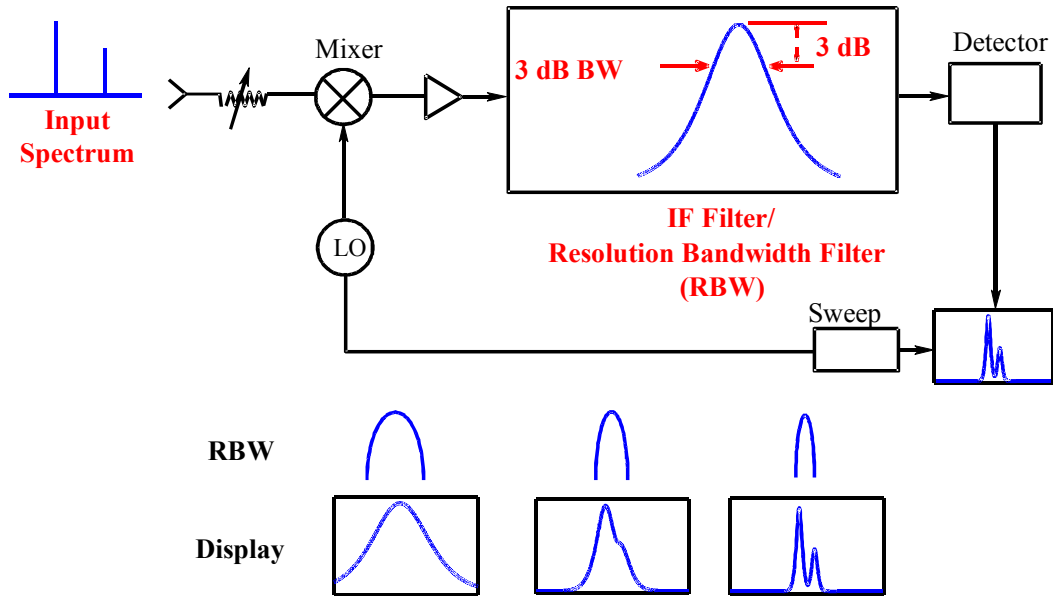


Figura 14. El espectro representado en la pantalla depende de RBW

Resolution: Resolution Bandwidth

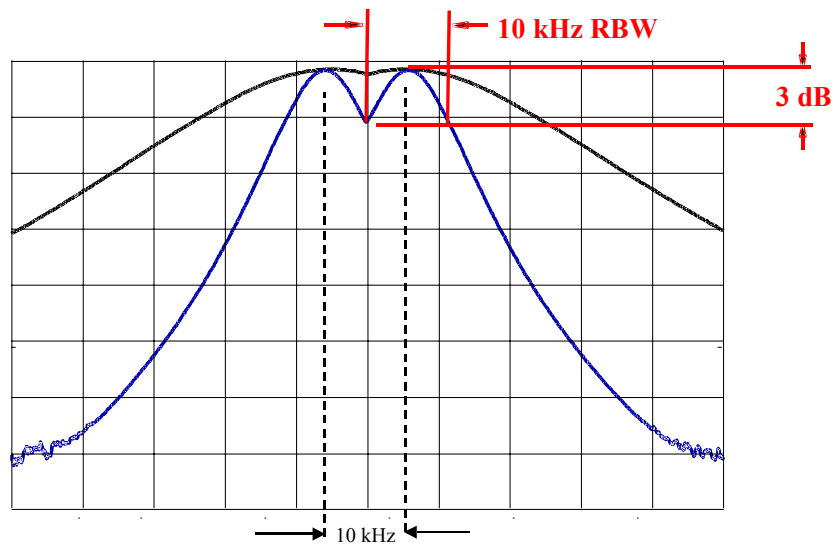


Figura 15. El RBW (BW_{-3dB}) debe ser menor o igual que la separación frecuencial que queremos distinguir entre dos señales

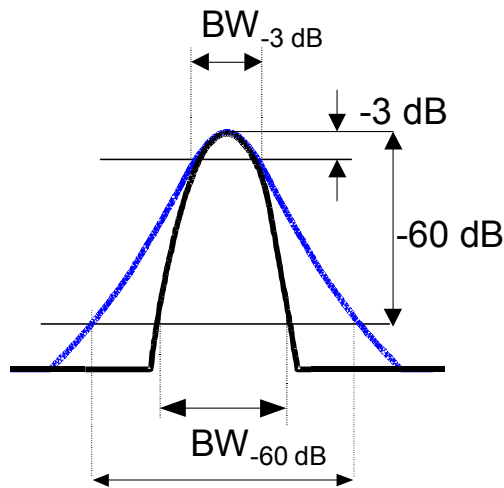


Figura 16. Dos filtros de diferente selectividad con igual BW_{-3dB} pero diferente BW_{-6dB}

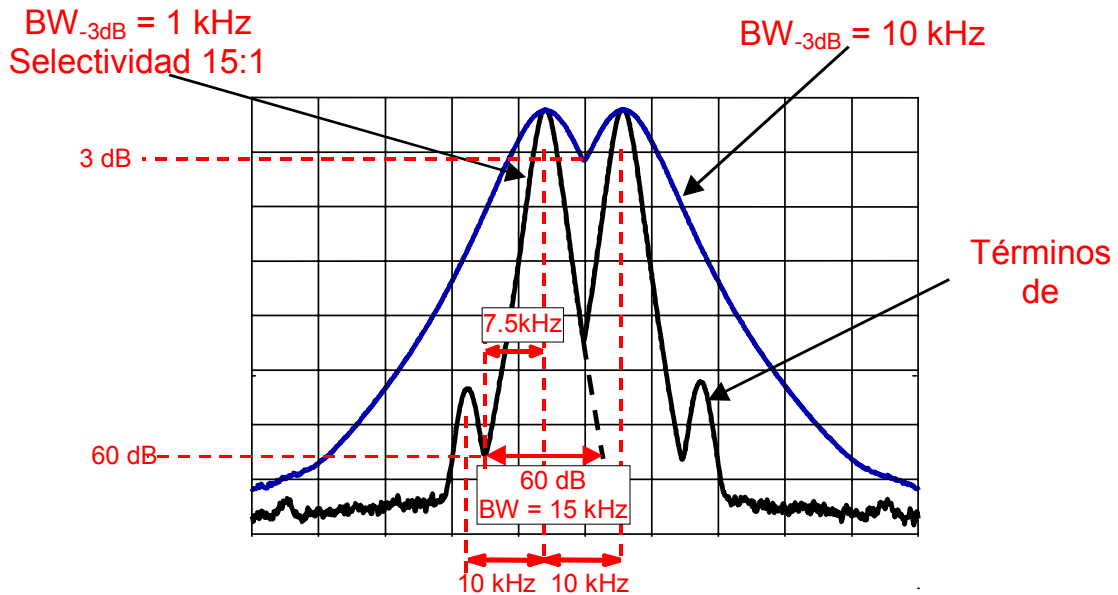


Figura 17. Detección de la distorsión a -50 dB y 10 kHz de separación de los tonos principales con un filtro de $BW_{-3dB} = 1$ kHz y una selectividad 15:1

En este tipo de analizadores existe un compromiso entre la resolución y el tiempo de barrido (tiempo que hay que esperar para barrer todo el margen frecuencial). El tiempo de respuesta de un filtro (tiempo para que la salida se estabilice; similar al tiempo de subida que hay que esperar para que una entrada escalón se estabilice a la salida de un filtro) es inversamente proporcional a su ancho de banda. Así, un ancho de banda menor implica un tiempo de respuesta mayor. El tiempo de respuesta se puede definir como

$$t_{\text{respuesta}} = \frac{k}{BW_{-3\text{dB}}} \quad (17)$$

donde el parámetro k depende del tipo de filtro. La tabla 1 muestra los valores de k para tres filtros así como la selectividad. El filtro de Butterworth tiene el tiempo de respuesta menor pero tiene un valor de selectividad elevado (no es útil para discernir tonos frecuenciales cercanos que tengan amplitudes muy diferentes). En cambio si escogemos un filtro con un valor de selectividad pequeño (para identificar los productos de distorsión) el tiempo de respuesta será largo.

Tabla 1. Comparación del tiempo de respuesta y selectividad de diferentes filtros

| Filtro | $k(t_{\text{respuesta}})$ | $BW_{-60\text{dB}}/BW_{-3\text{dB}}$ |
|-----------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| Butterworth (orden 1) | $k= 1,0$ | 31,6 |
| Gaussiano | $k = 2,0$ | 4,46 |
| Uniforme | $k=15,9$ | 1,0 |

Si el tiempo de respuesta da el tiempo que hay que esperar para “barrer” un ancho de banda de $BW_{-3\text{dB}}$ para no tener errores significativos (menores a 0,1 dB), el tiempo mínimo necesario para “barrer” todo el margen frecuencial (f_{span}) será

$$t_{\text{barrido}}|_{\text{mínimo}} = \frac{f_{\text{span}}}{BW_{-3\text{dB}}} t_{\text{respuesta}} = k \frac{f_{\text{span}}}{BW_{-3\text{dB}}^2} \quad (18)$$

Ejemplo: Se desea analizar el espectro de la señal entre 1 MHz y 10 MHz con una resolución espectral de 1 kHz. ¿Cuál es el tiempo de barrido mínimo si empleamos un filtro con aproximación gaussiana, un filtro uniforme o un filtro de Butterworth de primer orden?

Aplicando la expresión (18) y teniendo en cuenta que el span es de 9 MHz y los valores de k dados en la tabla 1 se obtiene un tiempo de barrido mínimo de 18 s para el filtro de aproximación gaussiana, 143 s para el filtro uniforme y 9 s para el filtro de Butterworth.

Una disminución por 10 de $BW_{-3\text{dB}}$ significaría aumentar el tiempo de barrido por 100. En el caso de un tiempo de barrido corto, menor que este límite inferior, tendríamos errores en la frecuencia y la amplitud del espectro obtenido. La figura 18 muestra un ejemplo de cómo se manifestarían estos errores.

Efecto del tiempo de barrido sobre el espectro estimado

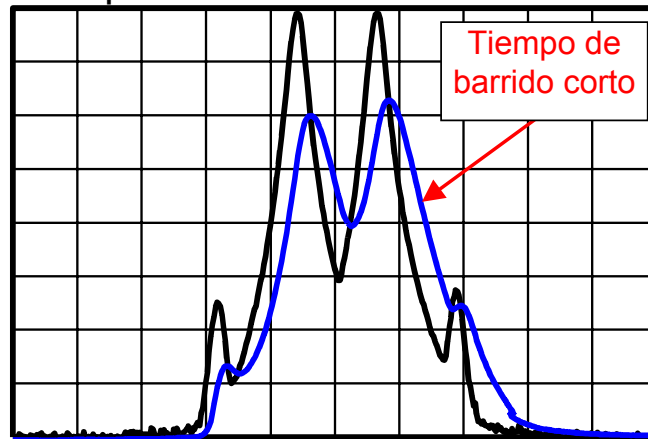


Figura 18. Efecto de un tiempo de barrido demasiado corto sobre el espectro estimado.

En los analizadores más modernos la señal se digitaliza después del filtro de FI y un filtro digital permite obtener anchos de banda de resolución muy pequeños y estables (1 Hz o menos) y con un valor de selectividad menor. El detector y el filtro de vídeo también se implementan de forma digital. Al ser la respuesta del filtro muy estable y predecible, también lo son los errores debido al tiempo de barrido, con lo que el microprocesador puede compensarlos. Es más, con el mismo nivel de error se pueden realizar barridos más rápidos.

2.2.5.2 Sensibilidad

La sensibilidad es la mínima amplitud de señal de entrada distinguible por el equipo de medida. Depende del nivel de ruido.

Los analizadores de espectros generan ruido interno el cual viene especificado por el fabricante como ruido de fondo mínimo a la entrada. Este nivel de ruido se da, generalmente, para una atenuación de 0 dB y el mínimo BW_{-3dB} . Valores típicos suelen variar entre los -145 dBm y los -90 dBm (sobre 50 Ω), es decir, entre 125 nV y 7,07 μ V para el ancho de banda mínimo. El ruido interno del analizador se genera sobre todo después del mezclador, por lo que el atenuador de RF de la entrada no tiene efecto sobre el nivel actual de ruido pero sí sobre la señal de entrada. Un aumento de la atenuación, por lo tanto, disminuye la relación señal a ruido. La figura 19 muestra el efecto de una atenuación excesiva. Como el amplificador de FI compensa las pérdidas del atenuador se produce un aumento del nivel de ruido de 10 dB mientras que el nivel de señal permanece constante.

Efecto del atenuador entrada sobre el nivel de ruido

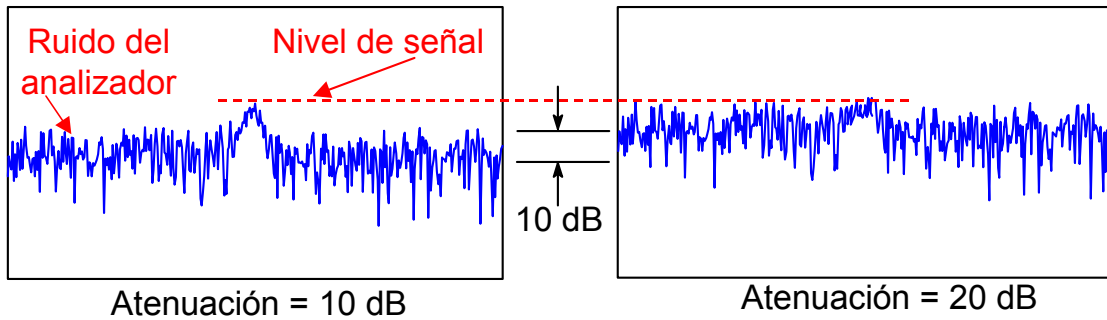


Figura 19. La relación señal a ruido decrece al aumentar la atenuación de la etapa de RF.

El ruido interno del analizador es básicamente blanco. La potencia de ruido a la salida del filtro de FI será proporcional al ancho de banda de resolución. Así, anchos de banda menores comportan una menor potencia de ruido y por lo tanto una mejor relación señal a ruido. La figura 20 muestra el nivel de ruido para tres RBW. Una disminución por 10 del RBW comporta una disminución del nivel de ruido en 10 dB. Al nivel de ruido se le llama a veces sensibilidad o también DANL (Displayed Averaged Noise Level).

$$\Delta N(dB) = 10 \log \left(\frac{BW_2}{BW_1} \right)$$

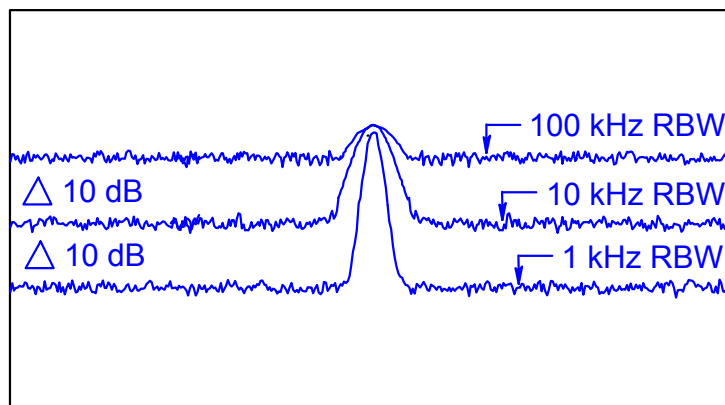


Figura 20. Efecto del ancho de banda de resolución del filtro de FI en el nivel de ruido.

La figura 21 muestra la relación ruido a señal (la inversa de la señal a ruido) en dBc (dB por debajo de la señal) en función del RBW del filtro de FI y de la potencia a la entrada del mezclador (que es función también de la atenuación de la etapa de RF). Cualquier línea espectral situada entre la línea indicada en

la gráfica y la esquina inferior izquierda no podrá ser distinguida (quedará enterrada en ruido).

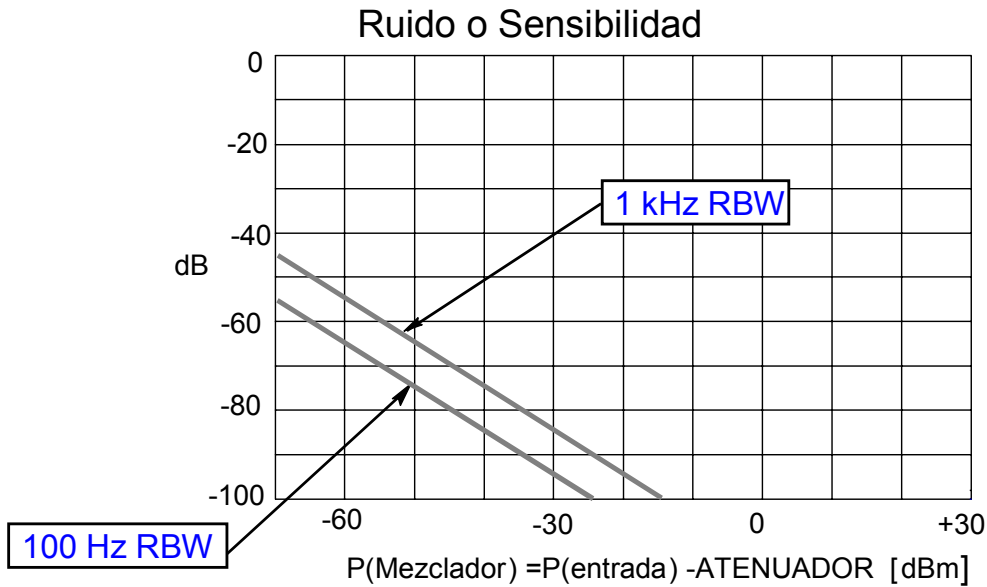


Figura 21. Relación ruido a señal en función del RBW y de la potencia en el mezclador.

La inestabilidad en la fase del oscilador local (jitter) también afecta a la sensibilidad. Este hecho se manifiesta como unas bandas laterales de ruido en el filtro de FI y pueden llegar a enmascarar la detección de señales pequeñas que estén cerca de señales grandes (figura 22). El ruido de fase se expresa en términos de dBc/Hz (dB/Hz por debajo de la portadora (carrier)) y su nivel (en dBc) dependerá del RBW utilizado como

$$\text{Ruido de fase} = \text{Especificaciones (dBc/Hz)} + 10\log(\text{RBW}) \quad (19)$$

Así, para una especificación de -90 dBc/Hz, el nivel del ruido de fase será de -60 dBc para $RBW = 1$ kHz y de -50 dBc para $RBW = 10$ kHz.

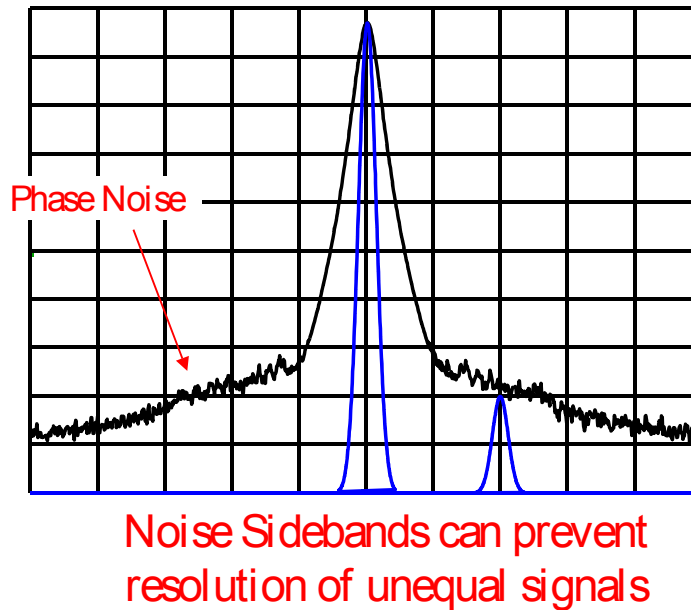


Figura 22. Efecto de la inestabilidad de fase del oscilador local en la detección de señales con niveles diferentes.

2.2.5.3 Distorsión

Una medida de gran interés es la distorsión armónica y de intermodulación de un sistema no lineal. En el primer caso la distorsión producida en un tono (sinusoide) al pasar por el sistema no lineal provoca armónicos a las frecuencias múltiples del armónico principal e interesa medir la relación entre éste y los armónicos superiores. La distorsión por intermodulación se produce cuando en el sistema no lineal entran dos tonos (sinusoides). En este caso interesa la relación entre los dos tonos principales y los armónicos más cercanos (términos de tercer orden). La figura 23 muestra un ejemplo de ambos casos

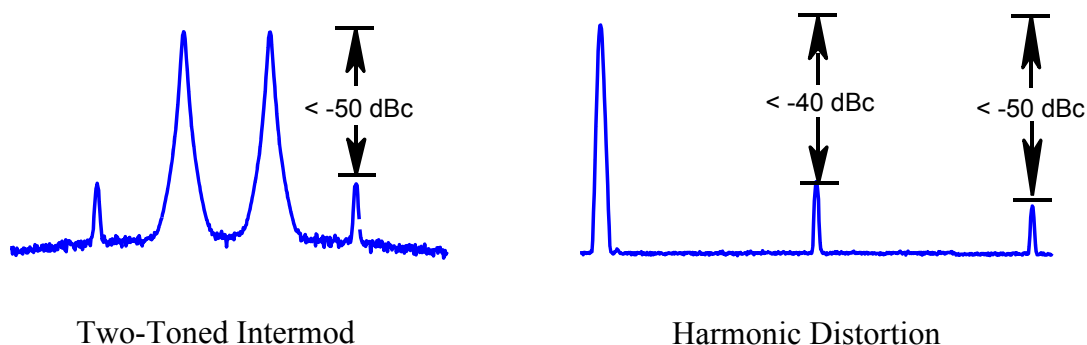


Figura 23. Medida de la distorsión armónica y de intermodulación en un sistema no lineal.

Sin embargo estas medidas pueden verse afectadas por la propia distorsión del analizador de espectros (generada internamente). El ruido (visto en el apartado anterior) también puede afectar las medidas.

El analizador utiliza mezcladores que no son dispositivos lineales y que, por lo tanto, generan distorsión interna. Esta distorsión (armónica y de intermodulación) depende de la señal de entrada. Así, por cada incremento de 1 dB en la señal de entrada, los armónicos internos de segundo y tercer orden se incrementarán en 2 dB y 3 dB respectivamente (ya que dependen del cuadrado y del cubo de la señal respectivamente). De hecho este comportamiento también se produce con los armónicos generados por el propio sistema no lineal que se pretende medir (figura 24).

Así, al incrementar el nivel de señal se reduce la diferencia entre el armónico principal y los armónicos de segundo y tercer orden, ya que éstos aumentan de manera más rápida. La figura 25 muestra un ejemplo de la distorsión interna del analizador en función de la potencia de entrada en el mezclador (el nivel de uno o dos tonos). La distorsión está expresada en dBc (dB por debajo del nivel de señal en el mezclador). La pendiente de la distorsión de segundo orden es la unidad ya que por 1 dB de incremento en la señal la distorsión aumenta 2 dB y por lo tanto la relación distorsión-signal aumenta 1 dB. En el caso de la distorsión de tercer orden la pendiente es de 2 ya que por 1 dB de incremento en la señal la relación distorsión-signal aumenta 2 dB. De esta manera si la distorsión se especifica para un valor determinado de la señal en el mezclador, la distorsión para otro nivel de señal se puede determinar fácilmente. Por ejemplo, si el fabricante especifica que para un nivel en el mezclador de -40 dBm hay una distorsión de segundo orden de -65 dBc y de tercer orden de -90 dBc, se puede deducir que para un nivel en el mezclador de 0 dBm (aumento de 40 dB) la distorsión de segundo orden será de -25 dBc (aumento de 40 dB) y la de tercer orden será de -10 dBc (aumento de 80 dB). A pesar de ello, el fabricante suele presentar gráficas como las de la figura 25, además de valores de distorsión para niveles puntuales de señal a la entrada del mezclador.

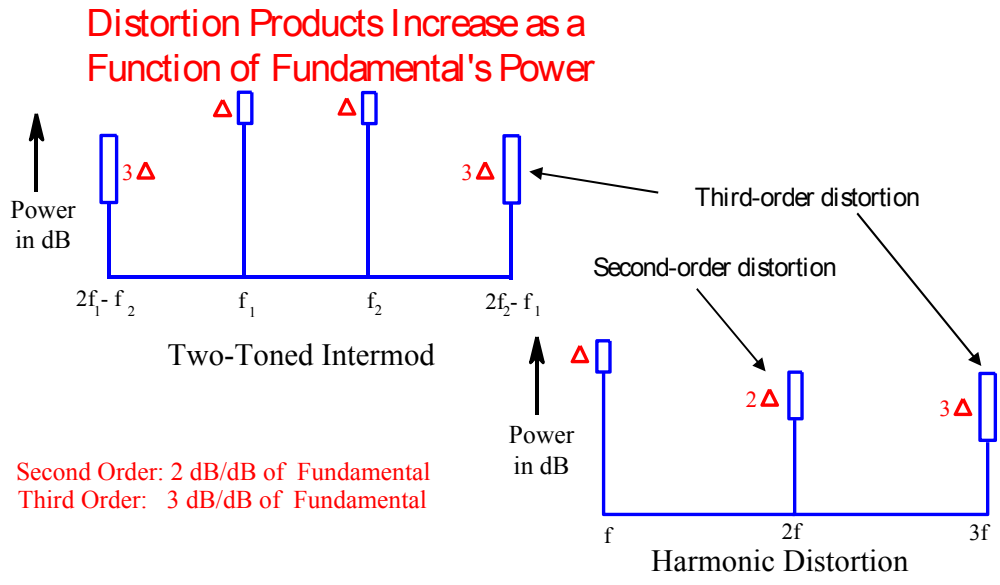


Figura 24. Relación entre el aumento de la señal y los armónicos de segundo y tercer orden.

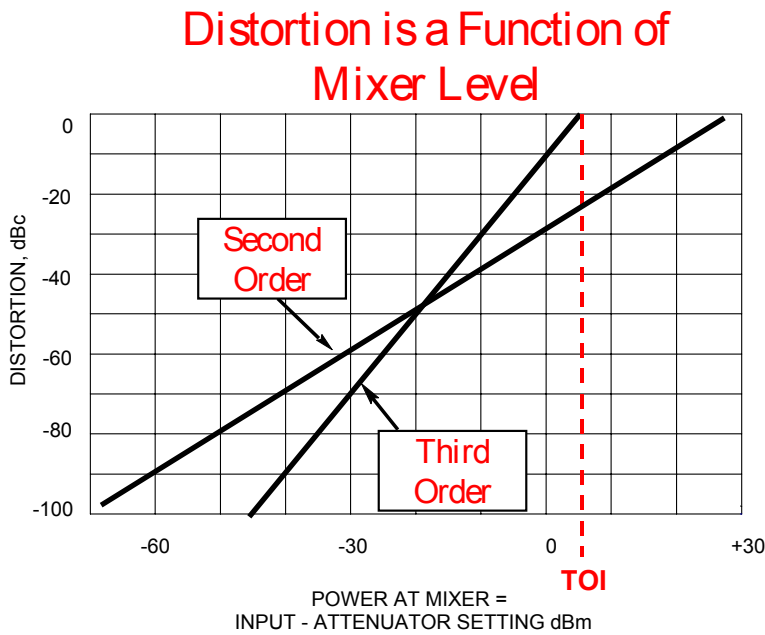


Figura 25. Distorsión de segundo y tercer orden en función de la potencia en el mezclador

Evidentemente la distorsión del sistema no lineal que se quiera medir debería estar por encima de la distorsión del propio analizador. Un problema típico es averiguar si la distorsión que se ve en la pantalla es debida al sistema que se mide o al propio analizador. Si la distorsión no cambia al variar el atenuador de RF la distorsión es debida al SBP (sistema bajo prueba) ya que el amplificador de FI, como vimos, compensa esta atenuación. Sin embargo, si la distorsión cambia, ésta es debida totalmente o en parte a la distorsión propia del

analizador. Ello es debido a que la distorsión interna (que se produce a partir del mezclador) no se ve atenuada por la etapa de RF y sí amplificada por la ganancia de FI.

2.2.5.4 Margen dinámico

El margen dinámico describe el margen de niveles de señal que se puede medir simultáneamente, o dicho de otra manera, describe la habilidad del analizador para medir señales pequeñas en presencia de señales grandes. Esta especificación es crítica ya que una de las funciones principales de un analizador es medir las componentes frecuenciales individuales de la señal, que pueden tener niveles muy dispares. Los factores que limitan el margen dinámico son las respuestas residuales del analizador, la distorsión armónica y de intermodulación y el ruido interno del analizador. Si el nivel de las señales pequeñas que interesa medir está por debajo de estos factores pueden no ser discernibles.

La figura 26 muestra una gráfica donde se han representado el margen dinámico basándose en las gráficas de la figura 21 y la figura 25. El valor máximo del margen dinámico se produce en la intersección de las curvas, es decir, cuando la distorsión (de segundo o de tercer orden) iguala al ruido. Por lo tanto, hay un punto de nivel óptimo en el mezclador. Como el nivel de ruido depende del RBW (en este caso 1 kHz) el nivel óptimo dependerá del ancho de banda de resolución que escojamos. Para RBW menores el nivel óptimo es menor y el margen dinámico máximo mayor.

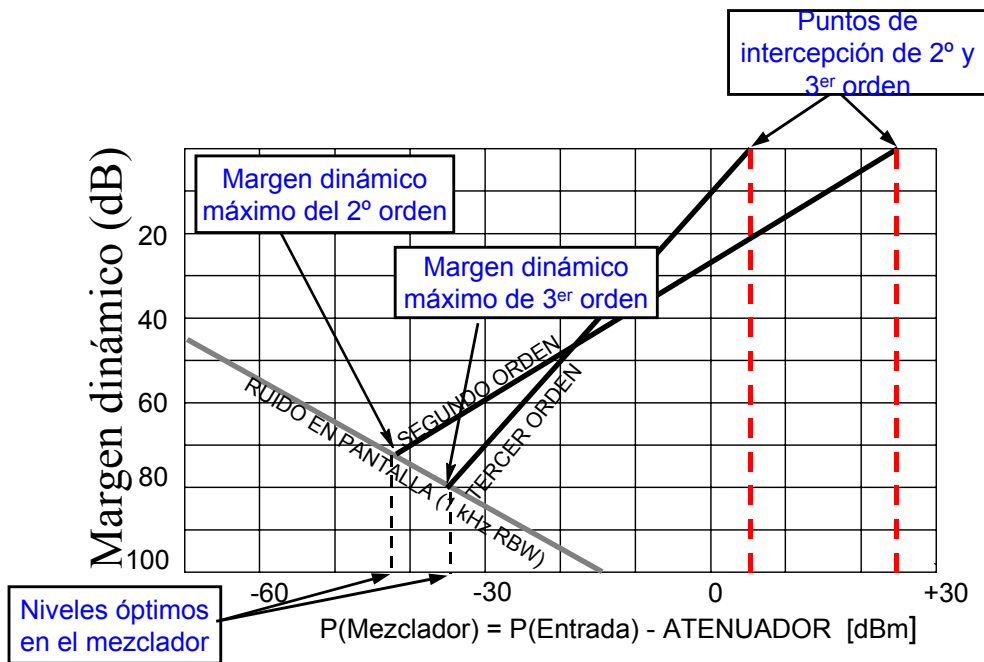


Figura 26. Margen dinámico del analizador en función del ruido y la distorsión.

2.2.5.6 Incertidumbre en la medida

La amplitud y la frecuencia son los dos parámetros básicos medidos en los analizadores de espectros. Las medidas pueden ser absolutas o relativas como muestra la figura 27. Las medidas absolutas miden una señal mientras que las relativas miden la diferencia entre dos señales.

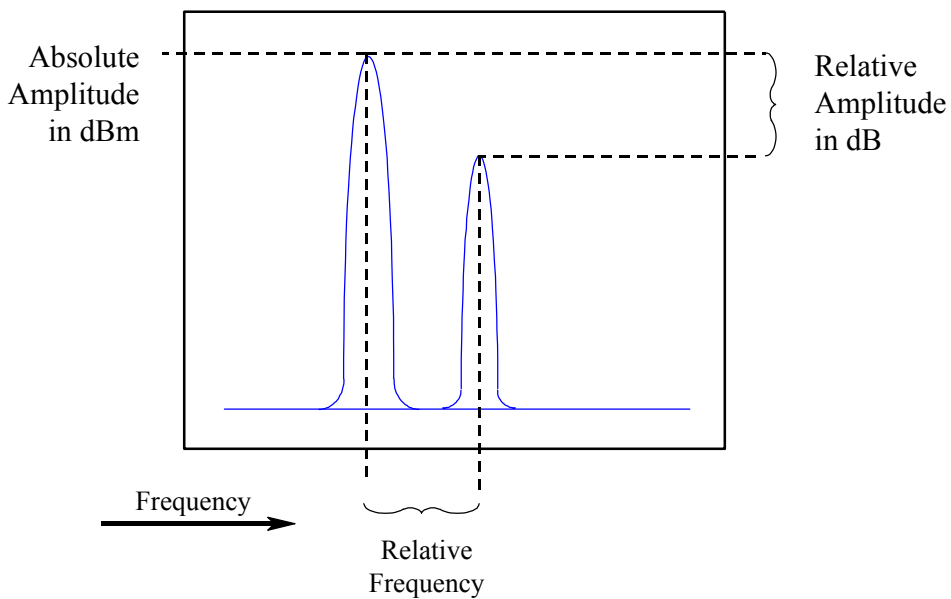


Figura 27. Medidas absolutas y relativas de amplitud y frecuencia.

Las especificaciones de la incertidumbre en la amplitud incluyen un término de incertidumbre referido a una frecuencia y amplitud determinadas y en unas condiciones específicas de atenuación, RBW, nivel de referencia, etc. Esta especificación sólo se aplica cuando se realizan medidas absolutas. Por ejemplo en el HP 8591A se especifica un error de $\pm 0,25$ dB para una frecuencia de 300 MHz, 10 dB de atenuación en la etapa de RF, nivel de referencia de -20 dBm, RBW = 3 kHz y escala lineal.

Además, las especificaciones incluyen otros factores que se aplican a las medidas absolutas de amplitud cuando la señal no se encuentra a la amplitud y frecuencia especificada y cuando el instrumento se halla en diferentes condiciones de atenuación, RBW, etc. La tabla 2 enumera los principales factores y las incertidumbres asociadas más típicas.

Para las medidas relativas los dos primeros factores (respuesta frecuencial, fidelidad de visualización) siempre se aplican mientras que los otros cuatro sólo influyen si durante la medida se realiza un cambio en alguno de ellos.

A bajas frecuencias un analizador puede tener una respuesta frecuencial de $\pm 0,5$ dB, sin embargo en analizadores con un margen frecuencial elevado (por ejemplo 20 GHz) la respuesta frecuencial puede variar hasta ± 4 dB. La fidelidad de visualización contempla varios factores como son la exactitud del amplificador logarítmico y la linealidad del detector y de los circuitos de digitalización. La pantalla en sí no es un factor de error en aquellos analizadores que usan técnicas digitales ya que la información se recoge de la memoria y no de la pantalla. Al medir la diferencia de amplitud entre dos señales, por ejemplo, sólo intervendrían estos dos factores mientras que los otros cuatro no tendrían ningún efecto (suponiendo que durante la medida no se ha cambiado la atenuación/amplificación de RF y FI ni la escala ni el RBW).

Tabla 2. Lista de factores que pueden contribuir a la incertidumbre en las medidas absolutas y relativas de amplitud.

| Incertidumbres adicionales | \pm dB |
|----------------------------|----------|
| Respuesta frecuencial | 0,5-4 |
| Fidelidad visualización | 0,5-2 |
| Atenuación RF | 0,5-2 |
| Atenuador/amplificador FI | 0,1-1 |
| RBW | 0,1-1 |

| | |
|--------|-------|
| Escala | 0,1-1 |
|--------|-------|

La incertidumbre en la medida de frecuencia depende de varios factores como son la incertidumbre en la referencia de frecuencia (por ejemplo un oscilador de cristal), el error de "span" (margen frecuencial representado en la pantalla), el error del RBW y un error residual fijo. A continuación se muestra un ejemplo:

$$U_f = \pm (f_{medida} \cdot \alpha_{f_{ref}} + a SPAN + b RBW + c Hz)$$

| | | |
|----------|--|-----------------|
| Ej: | | |
| | f= 2 GHz | |
| | Span=400 kHz | |
| | 3 kHz RBW | |
| Cálculos | 2•10 ⁹ Hz x (1,3•10 ⁻⁷ /año x 1 año) | 0,26 kHz |
| | 1% x 400 kHz | 4,0 kHz |
| | 15% x 3 kHz | 0,45 kHz |
| | 10 Hz | 0,01 kHz |
| | TOTAL= | ±4,7 kHz |

2.2.5.7 Medidas de ruido con analizadores de barrido

Los analizadores de espectros están optimizados para la medida de señales senoidales aunque, no obstante, se empleen frecuentemente para la caracterización de ruido. En este caso, para hallar la densidad espectral de ruido se deben realizar diversas correcciones.

La primera de las correcciones es debida al detector de envolvente. Tal y como se ha comentado, la salida de este detector se divide por $\sqrt{2}$ para obtener el valor eficaz. Dicha división sólo es cierta cuando la señal es senoidal. El valor de la envolvente en el caso de ruido gaussiano es:

$$\bar{V} = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (20)$$

donde σ es el valor eficaz de ruido. El valor que mostrará el analizador de espectros será $\bar{V} / \sqrt{2}$ cuando realmente debería ser σ . Para corregir este error sistemático debe sumarse a la lectura 1,05 dB (el resultado de pasar $2/\sqrt{\pi}$ a unidades logarítmicas).

La segunda corrección se debe al empleo del amplificador logarítmico. Éste provoca una compresión en la señal que subestima la potencia de ruido. Para corregir este error sistemático debe añadirse 1,45 dB a la lectura.

La tercera y última corrección esta asociada a la elección del filtro de frecuencia intermedia y es debida a que el ancho de banda equivalente de ruido no es igual al ancho de banda de -3 dB (resolución) del filtro. Las correcciones para diversos filtros se muestran en la tabla 3.

Tabla 3: Correcciones en la lectura asociadas al filtro escogido

| Filtro | $20 \cdot \log_{10}(BW_{EQ}/BW_{-3dB})$ | Corrección |
|---------------------|---|------------|
| Gaussiano | 0,27 dB | -0,27 dB |
| 4º Orden | 0,52 dB | -0,52 dB |
| Butterworth orden 1 | 0,46 dB | -0,46 dB |
| Uniforme | 0 dB | 0 dB |

Ejemplo: Se caracteriza ruido blanco gaussiano con un analizador de espectros. La resolución del filtro de FI es de 10 kHz y se trata de un filtro con 4 polos. Se ha empleado el amplificador logarítmico. La lectura resulta ser de -90 dBm. ¿Cuál es la densidad espectral de ruido?

Primero realizamos la corrección de la lectura:

$$\text{Lectura corregida} = -90 \text{ dBm} - 0,52 \text{ dB} + 1,45 \text{ dB} + 1,05 \text{ dB} = -88 \text{ dBm}$$

A continuación le sumamos el término $-10 \log_{10}(BW_{-3 \text{ dB}})$ para obtener la densidad espectral en unidades logarítmica (equivale a dividir por el ancho de banda en unidades lineales)

$$\text{Densidad espectral (u. log.)} = -88 \text{ dBm} - 10 \cdot \log_{10}(10 \text{ kHz}) = -128 \text{ dBm/Hz}$$

Y ahora basta con pasar a tensión teniendo en cuenta que la impedancia de entrada del analizador de espectros es de 50 Ω .

$$e_n = 10^{(-128-30+10 \log 50)/20} = 89 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$$